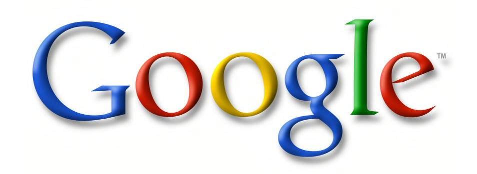
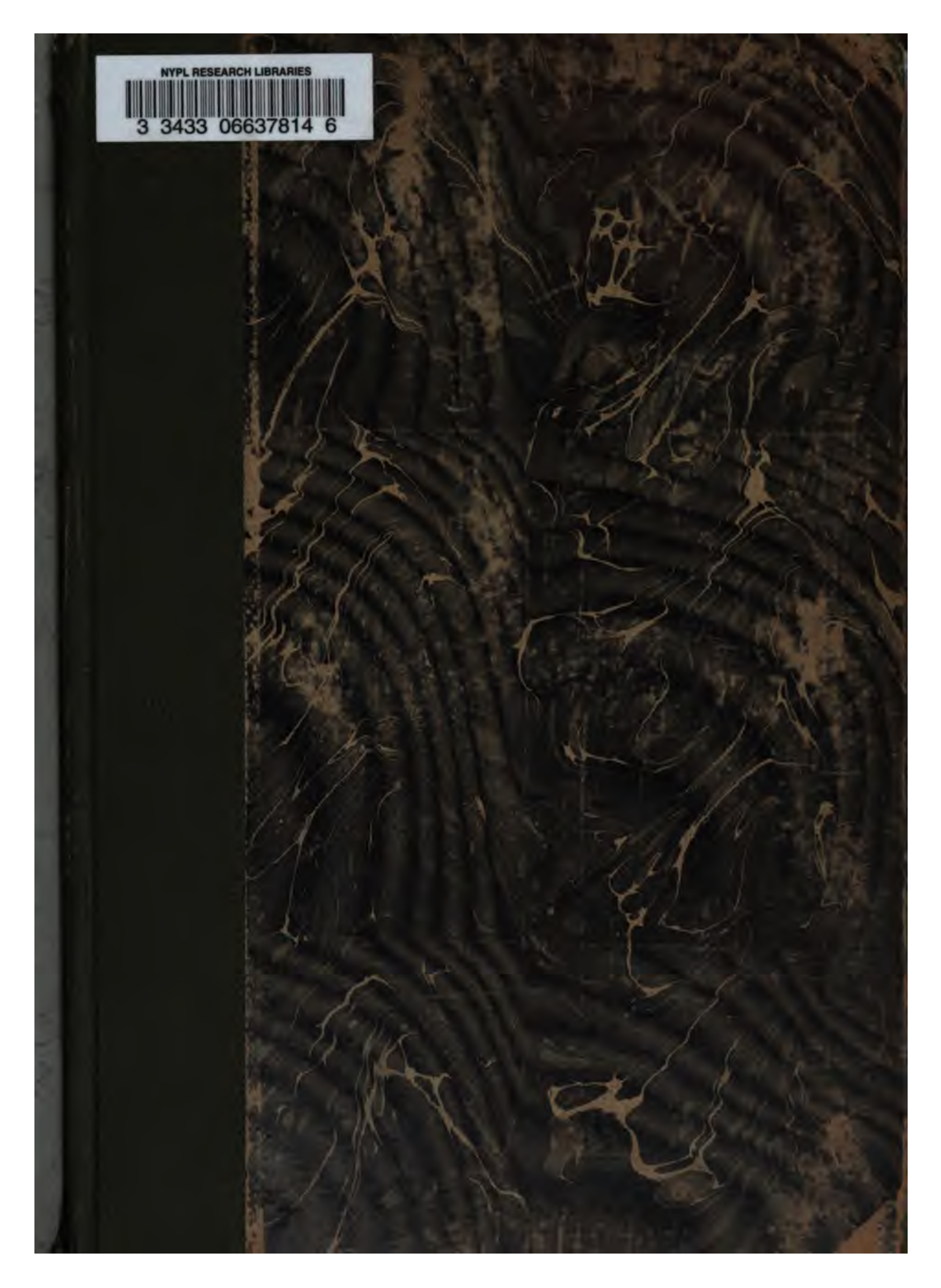



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06637814 6






Die Eisenbeton-Konstruktionen.



Leitfaden

für die Berechnung und Ausführung von einfach verstärkten Betonplatten, Rippendecken (Plattenbalken) und Säulen.

Zusammengestellt
für Studierende der Werkmeister-Schule.

I. Teil:

Die Berechnung.

(Mit 51 Abbildungen im Text.)

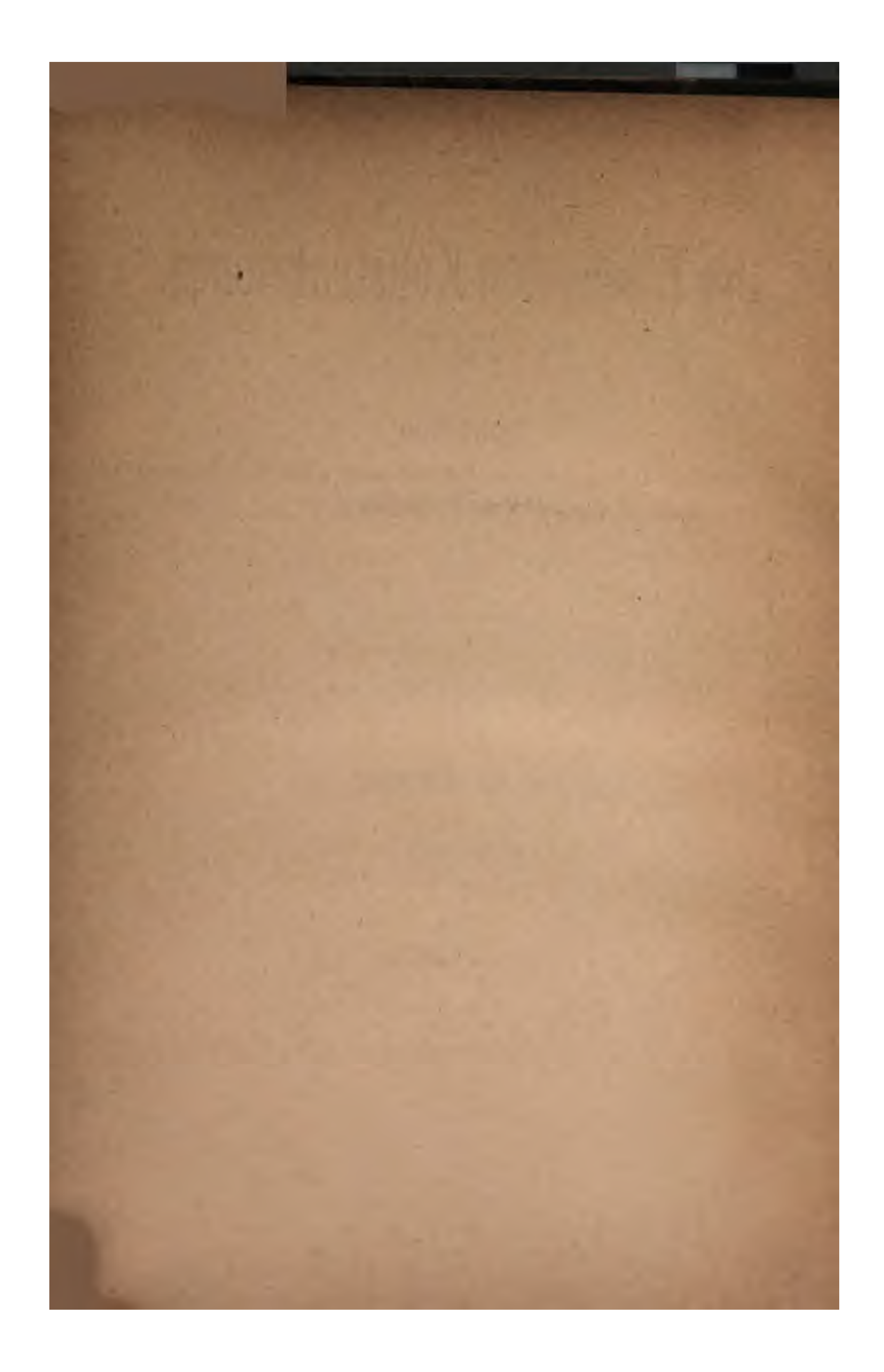
Von

Ing. Karl Allitsch,

k. k. Professor an der Staatsgewerbeschule in Innsbruck,
emer. Oberingenieur und beh. aut. u. beeid. Geometer.



Im Verlag der k. k. Staatsgewerbeschule, Innsbruck.
1908.



Die Eisenbeton-Konstruktionen.



Leitfaden

für die Berechnung und Ausführung von einfach verstärkten Betonplatten, Rippendecken (Plattenbalken) und Säulen.

Zusammengestellt
für Studierende der Werkmeister-Schule.

I. Teil:

Die Berechnung.

(Mit 51 Abbildungen im Text.)

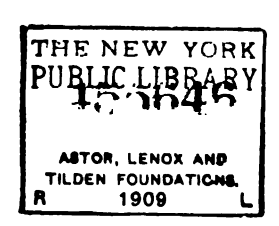
Von

Ing. Karl Allitsch,

k. k. Professor an der Staatsgewerbeschule in Innsbruck,
emer. Oberingenieur und beh. aut. u. beeid. Geometer.



Im Verlag der k. k. Staatsgewerbeschule, Innsbruck.
1908.



Einleitung.

Unter Beton versteht man das Gemenge eines Bindemittels, meist Portlandzement, mit Schotter, Kies, Sand, etz., welches unter Zusatz von Wasser zu einer steinartigen Masse erhärtet. Eisenbeton ist eine Vereinigung von Beton und Eisen zu gemeinsamer Wirkung als tragender oder stützender Konstruktionsteil, wobei der Beton die Aufgabe hat, die Druckkräfte aufzunehmen, während auf das Eisen der größte Teil der Zugkräfte entfällt. Die große Druckfestigkeit des Betons und die große Zugfestigkeit des Eisens ergänzen sich also gegenseitig und es werden durch die Verbindung beider Materiale deren Festigkeiten sehr vorteilhaft ausgenützt.

Die Grundidee zur Eisenbeton-Bauweise stammt von einem französischen Gärtner, Jean Monier, geb. 1823, welchem durch Zufall der Gedanke kam, an Stelle der großen Pflanzentöpfe aus gebranntem Ton, die immer wieder bald zerbrachen, ein mit Zementmörtel beworfenes Stabgeflecht zu verwenden. Alsbald erkannte er die große Haltbarkeit dieser mit Mörtel umhüllten Drahtnetze und ging deshalb daran, sie auch für Bauherstellungen zu verwerten, die später auf der Pariser Weltausstellung 1868 allgemeine Aufmerksamkeit erregten und von da an sich im gesamten Bauwesen einzubürgern begannen. Gegenwärtig gehören sie unter die wichtigsten aller modernen Konstruktionen, deren Ausführung sowie Berechnung jeder Baugewerbetreibende beherrschen soll, wenn er erfolgreich in seinem Berufe tätig sein will, denn die Herstellungen in Eisenbeton stehen trotz ihrer vielfachen Vorteile hinsichtlich der Baukosten den herkömmlichen Holz-, Stein- und Eisenkonstruktionen in keiner Weise nach. Ihre Wichtigkeit war wohl auch mit eine Ursache, daß im Laufe der Zeit eine große Zahl verschiedener Eisenbeton-Systeme: Hennebique, Wayss, Luitpold, Züblin, Möller, Pohlmann, Herbst, Franke, Siegwart, Visintini, Melan u. v. a. auftauchten, auf die näher einzugehen hier zu weit führen würde.

Die Möglichkeit eines Zusammenwirkens zwischen Eisen und Beton wird geschaffen durch eine gemeinsame Eigenschaft beider Baustoffe, nämlich durch ihr gleiches Verhalten in der Wärme. Bekanntlich dehnen sich alle Körper in der Wärme aus, daher auch

eine Betonplatte, in welche Eisenstäbe eingebettet worden sind. Wenn sich nun ein Eisenstab von 1 ^{m} Länge bei einer gewissen Temperaturzunahme mehr oder weniger ausdehnen würde als ein gleichlanges Stück der Betonplatte, so könnte das Eisen im Beton nicht mehr haften bleiben, sondern müßte sich längs seines ganzen Umfanges vom umhüllenden Beton loslösen, um sich eben stärker oder schwächer als dieser ausdehnen zu können. Das ganze Wesen der Eisenbeton-Konstruktionen besteht aber darin, daß Eisen und Beton zusammen einen einzigen Körper bilden, in welchem alle Eisenstäbe fest mit dem Beton verwachsen sind. Würde sich also bei einer Temperaturzu- oder abnahme das Eisen vom Beton loslösen, so müßte im selben Augenblicke die Eisenbeton-Konstruktion ihre ganze Festigkeit verlieren und käme deshalb zum Einsturz.

In Wirklichkeit haben aber Eisen und Portlandzement-Beton fast genau dieselbe Ausdehnung in der Wärme. Ein Eisenstab von 1 ^{m} Länge dehnt sich bei einer Temperaturerhöhung von 100° C um 1,24 ^{mm} aus und ein gleichlanges Betonstück unter denselben Verhältnissen um 1,37 ^{mm}; aus diesem Grunde bleibt auch bei wechselnder Temperatur das Eisen im Beton haften und die Eisenbeton-Konstruktionen sind somit feuerbeständig, das heißt, sie leiden nicht durch Feuer.

Außer der Aufnahme der Druckkräfte leistet der Beton noch einen anderen wichtigen Dienst in der Verbindung mit dem Eisen: er schützt die von ihm umhüllten Stäbe vor der Rostbildung, weshalb auch eine Zerstörung durch Verrosten der Eiseneinlagen ausgeschlossen erscheint.

Zu den augenfälligsten Vorzügen der Eisenbeton-Bauweise zählen neben den verhältnismäßig geringen Baukosten, der Feuer- und der Rostbeständigkeit noch die kurzen Bauzeiten, die durch sie erreicht werden können und zwar einerseits, weil die erforderlichen Materiale sehr leicht und rasch zu beschaffen sind, anderseits aber auch, weil ein ununterbrochenes Fortarbeiten aller Arbeiterpartien möglich ist; so konnte z. B. der viergeschossige Fabriksneubau einer Spinnerei in Oberleutensdorf einschließlich der gesamten Fundierungen bei einer verbauten Fläche von 3500 $^{m^2}$ in nur 65 Arbeitstagen unter Dach gebracht werden. Welche Bedeutung eine derart abgekürzte Bauzeit bei doch solider Bauausführung für die Praxis besitzt, ist jedermann sofort klar und es verdankt der Eisenbeton seine weite Verbreitung nicht zuletzt auch diesem günstigen Umstande.

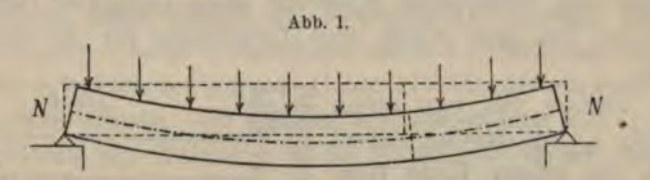
I.

Die Berechnung der Eisenbeton-Konstruktionen.

A. Allgemeines aus der Festigkeitslehre.

Wird eine an zwei Enden frei aufliegende Betonplatte — vorläufig ohne Eiseneinlagen — durch äußere, lotrecht wirkende Kräfte auf Biegung beansprucht, so tritt eine Formänderung der Platte ein, indem die Massenteilchen ihre Lage zu einander ändern und sich gegenseitig verschieben (Abb. 1).

Abb. 1.



Die oberen Fasern, welche den äußeren Kräften also zugekehrt sind, werden zusammengepreßt, die unteren hingegen ausgedehnt. Von der äußersten Schichte oben und unten, wo diese Pressungen und Ausdehnungen ihren größten Wert besitzen, nehmen sie nach dem Inneren zu gleichmäßig ab, bis sie schließlich in der sogenannten „Null-Linie", „Null-Achse" oder „Neutralen Achse" (in Abb. 1 mit NN bezeichnet) den Wert Null erreichen. Die Null-Linie wird weder verlängert noch verkürzt, sondern sie behält ihre frühere Länge vom unbelasteten Zustand bei, wird aber nach abwärts gebogen. Alle über ihr liegenden Fasern werden verkürzt und zwar umsomehr, je weiter sie von ihr entfernt sind, dort muß also Druck herrschen; alle unter ihr liegenden Fasern werden verlängert, dort herrscht also Zug.

Aus einer großen Reihe von praktischen Versuchen hat sich nun folgende Regel als richtig erwiesen:

Denkt man sich durch die unbelastete Platte einen ebenen Schnitt senkrecht zur neutralen Achse geführt, so wird auch nach erfolgter Belastung und Biegung der Platte der Querschnitt noch eben sein, er hat aber eine Drehung um die neutrale Achse gemacht (Abb. 1).

Führt man beispielsweise durch die unbelastete Betonplatte zwei parallele Schnitte mn und rp (Abb. 2) und nimmt nach der Biegung die früher gerade Null-Linie NN die gekrümmte Form $N'N'$ an, so sind die beiden ehedem parallelen Querschnitte jetzt zu einander geneigt, $m'n'$ und $r'p'$ (Abb. 3), aber jeder von ihnen ist nach wie vor eben geblieben. Das entsprechende Stück ot der Null-Linie ist vor und nach der Biegung gleich lang, die Faser mr hat sich aber auf $m'r'$ verkürzt und np hat sich auf $n'p'$ verlängert. Dieses Gesetz, das für alle Träger aus beliebigem Materiale seine Giltigkeit behält, rührt von Navier her und bildet eine Grundlage für die spätere Berechnung.

Abb. 2.

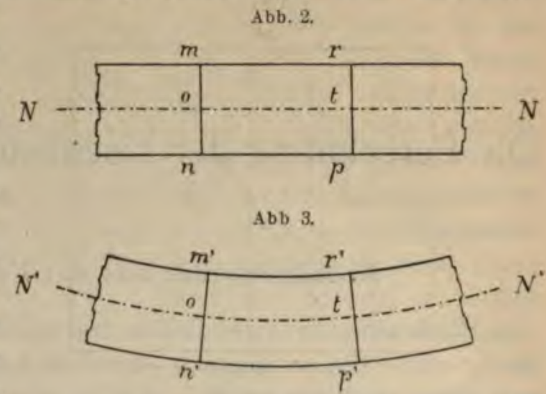
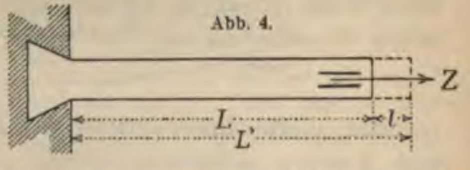


Abb. 3.

Wir denken uns nun einen Stab (Abb. 4) aus irgend einem Materiale an einem Ende festgehalten, während am anderen Ende eine Zugkraft Z wirke. Hatte der Stab ursprünglich die freie Länge L, so wird er durch den Zug um das Stück l länger geworden sein und seine Länge beträgt dann, solange die Zugkraft Z wirkt, L'.

Abb. 4.



$$L' = L + l.$$

Den Bruch $\frac{l}{L}$ pflegt man als Dehnung d zu bezeichnen:

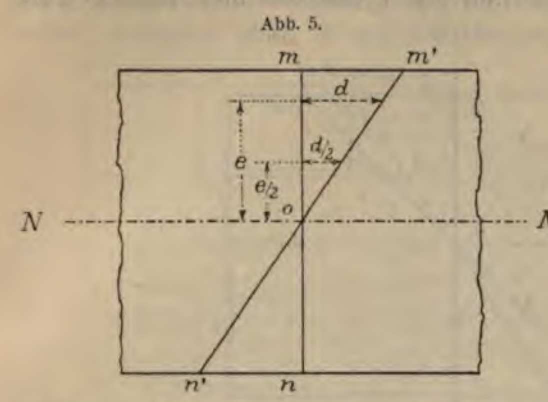
$$d = \frac{l}{L}$$

War z. B. $L = 1^m$, so ist $d = \frac{l}{1} = l$, die Dehnung ist somit die Längenänderung der Längeneinheit. Die gleiche Überlegung läßt sich auch durchführen, wenn statt der Zugkraft Z eine Druckkraft wirkt; an Stelle der Verlängerung l hätte man dann eine Verkürzung und es wird auch hier der Bruch $\frac{\text{Verkürzung}}{\text{ursprüngliche Länge}}$ als „Dehnung" bezeichnet.

Wir legen jetzt einen Querschnitt mn durch die Betonplatte (Abb. 5) und wollen an jeder Stelle die Größe der Dehnung, die

die betreffende Faser bei der Biegung erleiden wird, als Strecke senkrecht zum Querschnitte auftragen. In der Null-Linie ist die Dehnung Null, denn die Null-Linie erfährt weder eine Verlängerung noch eine Verkürzung; am größten wird die Dehnung an der obersten und untersten Faser sein. Verbindet man die Endpunkte aller dieser Strecken, die uns an jeder Stelle die Größe der Dehnung angeben, so muß man eine Gerade $m'on'$ erhalten. Warum? Weil die Linie $m'on'$ gleichzeitig auch die Form anzeigt, welche der Querschnitt bei der Biegung annimmt und dieser, wie wir gehört haben, immer eben bleiben muß. Wenn die Linie der Dehnungen keine Gerade, sondern eine Kurve wäre, dann würde der ursprünglich ebene Querschnitt nach der Biegung nicht mehr eben, sondern gekrümmt sein, was aber in Widerspruch zum Navierschen Gesetze stünde. Ist also in der Entfernung e von der Null-Linie die Größe der Dehnung d, so beträgt sie in der halben Entfernung $\frac{d}{2}$, in einem Drittel der Entfernung $\frac{d}{3}$, u. s. w.

Abb. 5.



Nunmehr gehen wir von den Dehnungen, das sind Längenänderungen, über auf die Spannungen, das sind Kräfte. Jede Dehnung wird hervorgerufen durch eine Zug- oder Druckspannung und je größer diese Spannung ist, umso größer wird selbstverständlich auch die Dehnung sein. Zwischen der Dehnung d und der Spannung s, durch welche sie bewirkt wird, besteht aber folgende, durch Versuche erwiesene Beziehung:

$$s = d \,.\, E,$$

worin E den sogenannten Elastizitäts-Modul bedeutet. Um daher aus der Dehnung d die Spannung s zu erhalten, muß man erstere mit dem Elastizitäts-Modul E multiplizieren, der für jedes Material ganz bestimmte Werte besitzt. Bei einzelnen Baustoffen, z. B. Eisen und Stahl, hat E einen konstanten Wert für alle Größen der Zug- und Druckspannung; will man im Querschnitte (Abb. 6) durch einen eisernen Träger an jeder Stelle die Größe der Spannung auftragen, ähnlich wie wir es früher mit den Dehnungen taten, so braucht man bloß jede einzelne Dehnung d mit dem kon-

stanten Werte E zu multiplizieren. In der Null-Linie wird natürlich die Spannung Null herrschen, weil hier auch keine Dehnung vor-

Abb. 6.

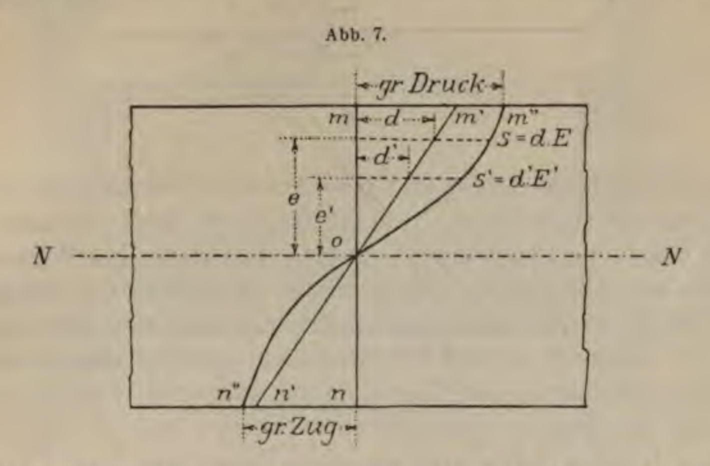
handen ist; die größten Spannungen werden wir dort erhalten, wo die größten Dehnungen auftreten, also in der äußersten Faser oben und unten; in ersterer wird der größte Druck, in letzterer der größte Zug sein und man erhält auch hier wieder eine Gerade $m''o\,n''$, wenn man die Endpunkte der Strecken, welche an jeder Stelle die Größe der vorhandenen Spannung anzeigen, verbindet, weil ja jede Dehnung mit demselben Werte E multipliziert wurde.

Bei einem Betonträger, beispielsweise einer Betonplatte (ohne Eiseneinlagen) liegen die Verhältnisse nicht so einfach; es gilt zwar auch die Gleichung $s = d.E,$ aber jetzt ist der Elastizitäts-Modul nicht mehr konstant, sondern er ändert sich je nach der Größe der Spannung. Die Dehnungen d stellen sich bei jedem beliebigen Materiale, also auch im Betonquerschnitte durch eine Gerade dar, multipliziert man aber die einzelnen Dehnungen mit dem betreffenden veränderlichen Werte $E,$ so kann man als Spannungslinie keine Gerade mehr bekommen, sondern erhält eine Kurve. Natürlich wird auch hier der größte Druck an der obersten Faser auftreten, gegen unten zu wird er allmählich abnehmen, in der Null-Linie ist sein Wert Null und unterhalb der Null-Linie werden Zugspannungen herrschen, die in der untersten Faser ihren Größtwert erreichen. Es stellt also in Abb. 7 die gekrümmte Linie $m''o\,n''$ dar, in welcher Weise sich die Druck- und Zugspannungen bei einer Betonplatte ohne Eiseneinlagen über den Querschnitt verteilen, wenn die Platte durch lotrechte Kräfte auf Biegung beansprucht wird.

Bekanntlich ist aber die Zugfestigkeit des Betons nur eine außerordentlich kleine, etwa bloß $\frac{1}{10}$ seiner Druckfestigkeit. Bei einer Platte oder einem Balken lediglich aus Beton, ohne Eisen-

einlagen, wird daher die Zugspannung an der untersten Faser schon bei ganz geringer Belastung das für Beton zulässige Maß erreicht haben, während oben in der Druckzone die zulässige Druckbean-

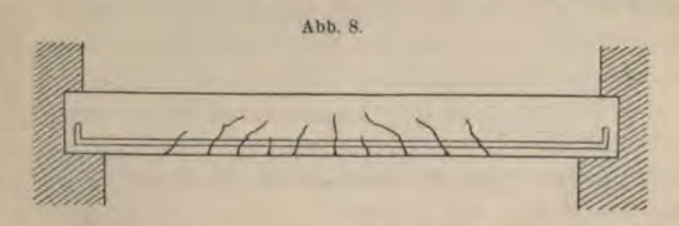
Abb. 7.



spruchung des Betons noch lange nicht vorhanden ist. Infolgedessen hat ein solcher Betonbalken nur eine sehr geringe Tragfähigkeit, da er nach der größten zulässigen Zugspannung gerechnet werden muß, diese geringe Zugfestigkeit des Betons nicht überschritten werden darf und die hohe Druckfestigkeit darum nicht ausgenützt werden kann. Die Anwendung solcher Betonträger ohne Eiseneinlagen ist deshalb eine sehr unrationelle.

Legt man aber in den gezogenen Teil des Betonbalkens Eisenstäbe ein, die bekanntlich eine große Zugfestigkeit besitzen, so halten diese den Balken nach Art eines Ankers zusammen, weshalb der Balken auch dann noch nicht bricht, wenn auf der Zugseite die zulässige Zugspannung des Betons überschritten wird und dort im Beton feine Risse, sogenannte „Haarrisse" entstehen. In Abb. 8 ist der auf der Zugseite gerissene Beton des Eisenbeton-

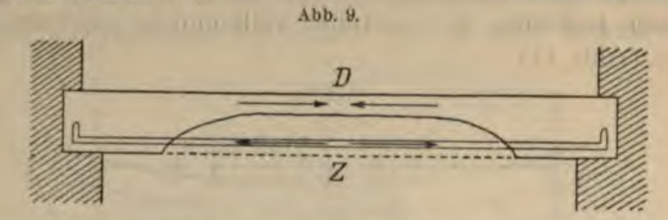
Abb. 8.



Balkens dargestellt; denkt man sich diesen durch die Belastung gerissenen Teil des Betons weg, der ja infolge der Risse ohnehin seine Festigkeit verloren hat und nichts mehr trägt, so erhält man

Abb. 9, aus welcher die verankernde Wirkung der Eiseneinlagen deutlich zu erkennen ist.

Abb. 9.



Der Betonbalken bildet also eine Art Gewölbe, in welchem aber der Seitenschub (Gewölbschub) nicht auf die Widerlagsmauern wirkt, sondern durch die Eiseneinlagen aufgehoben wird. Die Wirkung der Eiseneinlagen als Anker oder Schließe ist daher nur solange gesichert, als diese fest am Beton haften und sich von ihm nicht loslösen. Der Zugkraft Z in den Eisenstäben arbeitet eine Kraft längs des ganzen Umfanges der Eiseneinlagen entgegen, welche das Herausziehen derselben aus dem Beton verhindert und als Haftfestigkeit oder Gleitwiderstand zwischen Beton und Eisen bezeichnet wird. Durch Umbiegen der Enden der Eisenstäbe läßt sich offenbar der Widerstand gegen das Herausziehen aus dem Beton noch erhöhen.

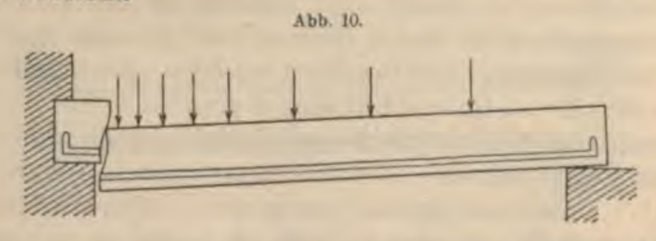
Betrachtet man in den beiden Abb. 8 und 9, auf welche Weise ein Eisenbeton-Balken zerstört oder zum Bruche gebracht werden könnte, so sieht man, daß es viererlei Ursache sein kann:

1. Die Druckspannung infolge der Druckkraft D (Abb. 9) wird größer als der zulässige Druck des Betons und es wird daher dieser auf der Druckseite zerquetscht.

2. Die Zugspannung aus der Zugkraft Z (Abb. 9) wird so groß, daß die Eiseneinlagen mitten auseinander reißen.

3. Die Haftfestigkeit (der Gleitwiderstand) zwischen den Eisenstäben und dem Beton wird überwunden, wodurch sich jene aus dem Beton beim Auflager herausziehen und die Betonplatte in der Mitte abbricht.

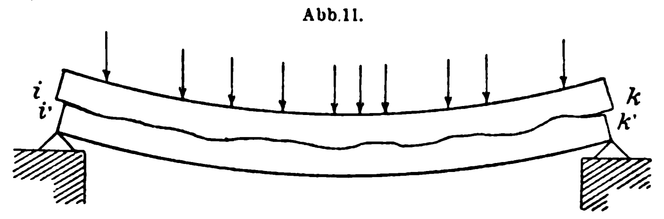
Abb. 10.



4. Der Bruch erfolgt nicht durch Biegung in der Trägermitte, sondern entweder durch Überwindung der Schubfestigkeit in

einem lotrechten Querschnitte knapp neben dem Auflager (Abb. 10) oder aber es wird der Träger seiner Längsrichtung nach in zwei aufeinander liegende, von einander vollkommen getrennte Streifen gespalten (Abb. 11).

Abb. 11.



In den Fällen 1 und 2 findet die Zerstörung in der Nähe der Balkenmitte statt, in den beiden letzten hingegen am Auflager. Auf alle diese vier Arten der Festigkeit soll die Eisenbeton-Konstruktion untersucht und gerechnet werden.

B. Grundlagen für die statische Berechnung.

Wir haben gehört, daß bei einem Träger, gleichgiltig aus welchem Materiale immer — Eisen, Holz, Beton, Eisenbeton u. s. w. —, welcher durch vertikale Lasten auf Biegung beansprucht wird, die vor der Biegung ebenen Querschnitte auch nach der Biegung eben bleiben und sich daher die Dehnungen d innerhalb eines Querschnittes nach einer Geraden ändern müssen. Wir haben weiters den Begriff Elastizitäts-Modul E kennen gelernt und wissen, daß man an jeder Stelle eines Träger-Querschnittes die Spannung s erhält, wenn man die betreffende Dehnung d mit dem Elastizitäts-Modul E multipliziert:

$$s = d . E.$$

Endlich haben wir gehört, daß bei einigen Materialien, z. B. Eisen, der Elastizitäts-Modul stets konstant bleibt, während er für andere Baustoffe, z. B. Beton, seinen Wert je nach der Spannung ändert. Die Spannungslinie bei Eisen ist daher eine Gerade, während sie für einen Beton-Querschnitt eine Kurve ist.

Wenn man die weitere Rechnung mit der in Abb. 7 gezeichneten krummen Linie $m'' o\ n''$ durchführen wollte, so wäre dies sehr umständlich, und die Formeln, welche man dadurch erhielte, wären für die praktische Anwendung äußerst kompliziert. Deshalb gestattet die „Vorschrift über die Herstellung von Tragwerken aus Stampfbeton oder Beton-Eisen bei Hochbauten“, die

mit 15. November 1907 vom k. k. Ministerium des Inneren erlassen worden ist, hierin eine Vereinfachung; § 4 dieser Verordnung schreibt unter Punkt 7[b] und 7[d] darüber folgendes vor:

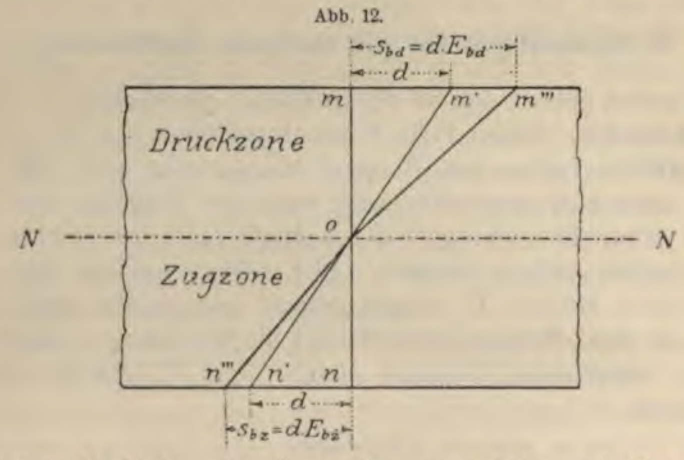
Der Elastizitäts-Modul für Eisen E_e ist für Zug und Druck als konstant, und zwar mit dem Werte: $E_e = 2{,}100.000$ anzunehmen. Für Beton sind an Stelle des bei jeder Spannung verschiedenen Elastizitäts-Moduls nur zwei verschiedene Werte in Rechnung zu stellen; einer $E_{bz,}$ der für sämtliche Zugspannungen im Beton gilt, und einer E_{bd} für sämtliche Druckspannungen. Als Zahlenwerte werden vorgeschrieben:

$E_{bz} = 56.000$ und $E_{bd} = 140.000$, so daß also das Verhältnis:

$$\frac{E_e}{E_{bd}} = \frac{2{,}100.000}{140.000} = n = 15 \text{ ist.}$$

Wenn man sich jetzt auf Grund dieser Werte für den Elastizitäts-Modul des Betons die Spannungsverteilung in einem Beton-Querschnitte zeichnet (Abb. 12), so erhält man nicht mehr wie früher

Abb. 12.

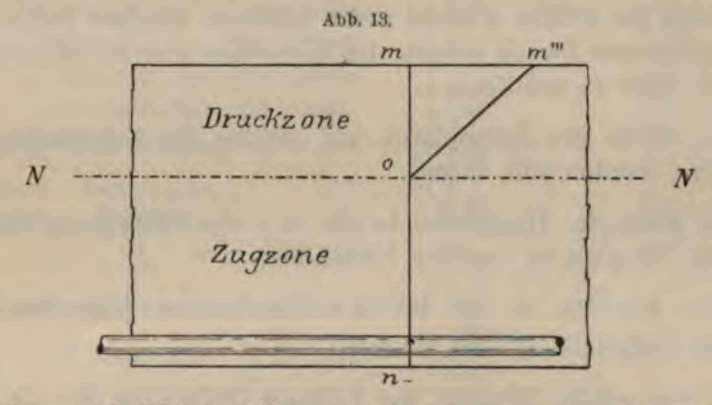


die gekrümmte Linie $m''o\,n''$, sondern man bekommt eine in o gebrochene Gerade $m'''o\,n'''$, denn es sind jetzt die Dehnungen für die ganze Druckseite mit einem einzigen konstanten Werte E_{bd} zu multiplizieren und für die ganze Zugseite ebenfalls mit einem konstanten, aber anderen Werte $E_{bz,}$ während sich früher der Wert E fortwährend geändert hat. Da wir hier auf der Zugseite mit dem kleineren Werte (E_{bz}) multipliziert haben als auf der Druckseite (E_{bd}), so werden auch die Zugspannungen kleiner ausfallen müssen, als die Druckspannungen; das heißt, weil der Beton für Zug sehr empfindlich ist, wird schon eine viel kleinere Zugspannung ausreichen, um dieselbe Dehnung hervorzurufen, wie sie bei Druck erst eine viel größere Druckspannung bewirken kann.

Die Eisenbeton-Verordnung gibt aber im § 4, Punkt 7c, noch eine weitere Vereinfachung, indem es dort wörtlich heißt:

„Die größten Spannungen des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug sind unter der Voraussetzung zu ermitteln, daß der Beton keine Normalzugspannungen aufnehme“, oder mit anderen Worten: Da der Beton bekanntlich nur eine sehr geringe Zugfestigkeit besitzt, ist diese für die Berechnung überhaupt gänzlich zu vernachlässigen und daher so zu rechnen, als ob der gesamte auftretende Zug vom Eisen allein aufgenommen werden würde. Wenn wir also die Formeln aufstellen wollen, nach denen unsere späteren Berechnungen erfolgen werden, so dürfen wir im Beton-Querschnitte nur die Druckspannungen voraussetzen, während die Zugspannungen wegzudenken sind. Wir haben mithin nicht mehr die ganze in Abb. 12 gezeichnete gebrochene Gerade als Spannungslinie im Querschnitte, sondern nur jenen Teil derselben, welcher in der Druckzone liegt, nämlich von der obersten

Abb. 13.



Faser bis zur Null-Linie (Abb. 13); hingegen kommt der ganze Teil der Spannungslinie unterhalb der Null-Linie überhaupt in Wegfall. Dafür sind aber in die Zugzone die Eiseneinlagen einzuzeichnen, die so berechnet werden müssen, als ob auf sie der ganze vorhandene Zug entfiele.

C. Die einfach verstärkte Betonplatte.

a) Das Dimensionieren.

Es seien für die folgende Untersuchung nachstehende Bezeichnungen gewählt (Abb. 14):

s_{bd}^{kg/cm^2} die größte Druckspannung im Beton an der obersten Faser,

s_e^{kg/cm^2} die größte Zugspannung im Eisen, beides in kg pro cm^2,

H^{cm} die gesamte Höhe der Betonplatte in cm,

a^{cm} der Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlagen vom unteren Rande der Betonplatte in cm,

$h^{cm} = H - a$ die nutzbare Höhe der Betonplatte in cm, da der Beton im Stücke a nicht mehr mitträgt, sondern lediglich den praktischen Zweck erfüllt, die Eisenstäbe gut zu umhüllen und vor Rost zu schützen,

b^{cm} die Breite der Betonplatte, auf welche die Untersuchung geführt werden soll, in cm,

x^{cm} die Höhe der Druckzone in cm, d. i. die Entfernung der obersten Druckfaser von der Null-Linie,

$F_e^{cm^2}$ der gesamte, in der Breite b^{cm} vorhandene Eisen-Querschnitt der Tragstäbe in cm^2, endlich:

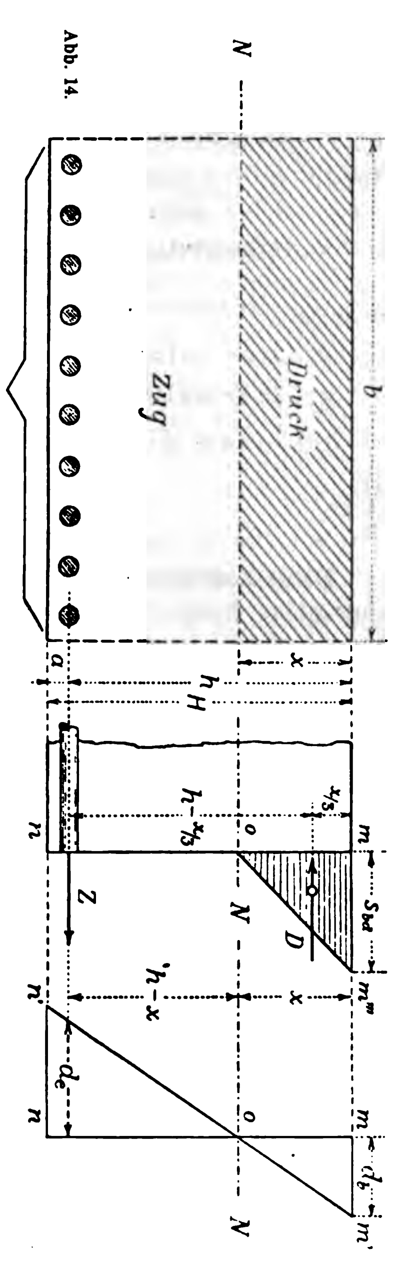
$M^{kg.cm}$ das größte Moment der äußeren Belastung für die Betonplatte von der betreffenden Spannweite und der Breite b^{cm} in $kg \times cm$.

Wegen des vollkommen festen Anhaftens der Eisenstäbe im Beton werden die Längenänderungen infolge der Belastung, bezw. der Durchbiegung, sowohl beim Eisen als auch bei dem dasselbe umhüllenden Beton genau die gleichen sein.

Bei ein und derselben Spannung würde sich zwar ein belastetes Betonstück bedeutend mehr ausdehnen als ein Eisenstab, da der Beton eine viel geringere Festigkeit gegen Zug und Druck besitzt, als Eisen; beim Eisenbeton aber, wo die Eiseneinlagen nach ihrem ganzen Umfang im Beton festhalten, ist ein verschiedenes Dehnen der Materiale nicht möglich, sondern es müssen beide Baustoffe dieselbe Längenänderung mitmachen, so daß also das widerstands-

fähigere Eisen den Beton gewissermaßen vor zu großen Dehnungen zurückhält, wodurch eben die verankernde Wirkung der Eisenstäbe zur Geltung kommt.

Weil das Navier'sche Gesetz für jedes beliebige Trägermaterial, so auch für Eisenbeton seine Giltigkeit hat, müssen sich auch hier die Dehnungen über den Querschnitt nach einer Geraden ändern, sich also so verhalten, wie ihre Entfernungen von der Null-Linie, denn andernfalls könnte der vordem ebene Querschnitt bei der Biegung nicht weiterhin eben bleiben. Es besteht demnach zwischen der größten Dehnung an der obersten Faser im Druckbeton d_b, die von der Null-Linie um x^{cm} absteht, und der Dehnung in den Eisenstäben d_e, die von der Null-Linie um $(h-x)^{cm}$ entfernt sind (Abb. 14), folgende Beziehung:



$$\underbrace{d_b}_{\text{Größte Dehnung im Druckbeton}} : \underbrace{d_e}_{\text{Dehnung in den Eisenstäben}} = x : (h-x).$$

Wie wir aber bereits wissen, ist: $s = d.E$ oder: $d = \frac{s}{E}$, daher für den Druckbeton: $d_b = \frac{s_{bd}}{E_{bd}}$ und für das Eisen: $d_e = \frac{s_e}{E_e}$; dies in die Formel $d_b : d_e = x : (h-x)$ eingesetzt, gibt:

$$\frac{s_{bd}}{E_{bd}} : \frac{s_e}{E_e} = x : (h-x)$$

$$x . \frac{s_e}{E_e} = (h-x) . \frac{s_{bd}}{E_{bd}}$$

$$x . s_e = (h-x) . s_{bd} . \frac{E_e}{E_{bd}};$$

das Verhältnis $\frac{E_e}{E_{bd}}$ haben wir mit n bezeichnet: $n = \frac{E_e}{E_{bd}} = 15$,

daher:

$$x . s_e = (h - x) . s_{bd} \cdot n = h . n . s_{bd} - x . n . s_{bd}$$

$$x\ (s_e + n . s_{bd}) = h . n . s_{bd}$$ oder:

$$x = \frac{n . s_{bd}}{s_e + n . s_{bd}} . h;$$

s_{bd} und s_e sind die Spannungen einerseits an der obersten Betonfaser, anderseits in den Eiseneinlagen, somit die größten Werte für Beton-Druck und Eisen-Zug, welche einen gewissen Betrag nicht überschreiten dürfen, ohne die Sicherheit der Eisenbeton-Konstruktion zu gefährden. Für diese höchsten zulässigen Spannungen schreibt die Eisenbeton-Verordnung die äußersten erlaubten Werte vor und zwar ist:

größter zulässiger Zug im Eisen: $s_e = 950^{kg/cm^2}$

größter zulässiger Druck im Beton:

I. bei einem Mischungsverhältnisse 1:3 ...... $s_{bd} = 40^{kg/cm^2}$

II. „ „ „ 1:4 ...... $s_{bd} = 36^{kg/cm^2}$

III. „ „ „ 1:5 ...... $s_{bd} = 32^{kg/cm^2}$

Diese Zahlenwerte wollen wir jetzt der Reihe nach in die obige allgemeine Formel für x einführen und bekommen:

I. Beton 1:3

$$s_e = 950^{kg/cm^2},\ s_{bd} = 40^{kg/cm^2};$$

$$x = \frac{15 \times 40}{950 + 15 \times 40} \cdot h = \frac{600}{1550} \cdot h = 0{,}387\ h;$$

II. Beton 1:4

$$s_e = 950^{kg/cm^2},\ s_{bd} = 36^{kg/cm^2};$$

$$x = \frac{15 \times 36}{950 + 15 \times 36} \cdot h = \frac{540}{1490} \cdot h = 0{,}362\ h;$$

III. Beton 1:5

$$s_e = 950^{kg/cm^2},\ s_{bd} = 32^{kg/cm^2};$$

$$x = \frac{15 \times 32}{950 + 15 \times 32} \cdot h = \frac{480}{1430} \cdot h = 0{,}336\ h.$$

Wie aus Abb. 14 ferners ersichtlich ist, wird der Druck im Beton durch ein Dreieck von der Grundlinie s_{bd} und der Höhe x, demnach der Fläche $\frac{1}{2} s_{bd} \cdot x$ dargestellt und der Gesamtdruck im

Beton auf die Breite b ist somit ausgedrückt durch ein dreiseitiges Prisma mit diesem Dreiecke als Basis und b als Höhe:

$$\text{Gesamtdruck: } D = \frac{1}{2} s_{bd} \cdot x \cdot b.$$

Selbstverständlich geht die Gerade, in welcher man sich diesen Gesamtdruck D wirkend denken muß, durch den Schwerpunkt des Dreieckes, liegt also von der obersten Faser um das Stück $\frac{x}{3}$ entfernt, ihr Abstand vom Schwerpunkt der Eiseneinlagen ist daher: $(h - \frac{x}{3})$. Wenn dieser innere Druck D im Beton den äußeren Kräften, d. i. der Belastung der Eisenbetonplatte widerstehen soll, so muß das Produkt aus dem Gesamtdruck D und dessen Entfernung von den Eiseneinlagen $(h - \frac{x}{3})$ gleich dem Biegungsmomente der äußeren Kräfte sein:

$$D \cdot (h - \frac{x}{3}) = M$$

$$\overbrace{\frac{1}{2} s_{bd} \cdot x \cdot b}^{D} \cdot (h - \frac{x}{3}) = M, \qquad \text{oder:}$$

$$s_{bd} \cdot \frac{x}{2} \cdot (h - \frac{x}{3}) = \frac{M}{b}$$

Für x setzen wir nun der Reihe nach die einzelnen Werte ein, die wir oben bei den drei verschiedenen Mischungsverhältnissen des Betons gefunden haben, desgleichen für s_{bd} den zugehörigen Zahlenwert aus der amtlichen Verordnung und rechnen die nutzbare Plattenhöhe h:

I. Beton 1:3

$$x = 0{,}387\, h, \quad s_{bd} = 40^{\text{kg/cm}^2};$$

$$40 \times \frac{0{,}387}{2} \times h \times (h - \frac{0{,}387}{3} \times h) = \frac{M}{b}$$

$$h^2 \times 40 \times \frac{0{,}387}{2} \times \frac{2{,}613}{3} = \frac{M}{b}, \qquad \text{oder:}$$

$$h^2 = \frac{6}{40 \times 0{,}387 \times 2{,}613} \cdot \frac{M}{b} = 0{,}1483 \frac{M}{b} \qquad \text{und daraus:}$$

$$\underline{h} = \sqrt{0{,}1483 \frac{M}{b}} = \underline{0{,}385 \sqrt{\frac{M}{b}}}$$

für $b = 100^{\text{cm}}$ wird $h = 0{,}0385 \sqrt{M}$

II. Beton 1:4

$$x = 0{,}362\,h,\quad s_{bd} = 36^{\text{kg/cm}^2};$$

$$36 \times \frac{0{,}362}{2} \times h \times \left(h - \frac{0{,}362}{3} \times h\right) = \frac{M}{b}$$

$$h^2 \times 36 \times \frac{0{,}362}{2} \times \frac{2{,}638}{3} = \frac{M}{b}, \qquad \text{oder:}$$

$$h^2 = \frac{6}{36 \times 0{,}362 \times 2{,}638} \cdot \frac{M}{b} = 0{,}1745\,\frac{M}{b} \qquad \text{und daraus:}$$

$$\underline{h} = \sqrt{0{,}1745\,\frac{M}{b}} = \underline{0{,}418\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

für $b = 100^{\text{cm}}$ wird $h = 0{,}0418\sqrt{M}$

III. Beton 1:5

$$x = 0{,}336\,h,\quad s_{bd} = 32^{\text{kg/cm}^2};$$

$$32 \times \frac{0{,}336}{2} \times h \times \left(h - \frac{0{,}336}{3} \times h\right) = \frac{M}{b}$$

$$h^2 \times 32 \times 0{,}168 \times 0{,}888 = \frac{M}{b}, \qquad \text{oder:}$$

$$h^2 = \frac{1}{32 \times 0{,}168 \times 0{,}888} \cdot \frac{M}{b} = 0{,}2095\,\frac{M}{b} \qquad \text{und daraus:}$$

$$\underline{h} = \sqrt{0{,}2095\,\frac{M}{b}} = \underline{0{,}458\sqrt{\frac{M}{b}}}$$

für $b = 100^{\text{cm}}$ wird $h = 0{,}0458\sqrt{M}.$

Nun gilt es, den auf die Breite b^{cm} erforderlichen Eisen-Querschnitt $F_e^{\text{cm}^2}$ zu berechnen. Da wir jedes Quadratzentimeter Eisen mit s_e^{kg} beanspruchen dürfen, so wird der gesamte Zug Z, den alle Eisenstäbe von zusammen $F_e^{\text{cm}^2}$ Querschnittsfläche aushalten können: $Z = (F_e \cdot s_e)^{\text{kg}}$ sein. Da ferner der gesamte Zug im Eisen gleich sein muß dem gesamten Druck im Druckbeton: $Z = D$, erhalten wir die Gleichung:

$$F_e \cdot s_e = \frac{1}{2}\, s_{bd} \cdot x \cdot b, \qquad \text{oder:}$$

$$F_e = \frac{s_{bd}}{s_e} \cdot \frac{x}{2} \cdot b.$$

Für die drei verschiedenen Fälle I—III, die wir untersucht haben, werden wieder die Werte von s_{bd}, s_e und x in obige Formel von F_e eingeführt und man bekommt dadurch:

I. Beton 1:3

$$s_{bd} = 40^{\text{kg/cm}^2},\ s_e = 950^{\text{kg/cm}^2},\ x = 0{,}387\ h;$$

$$F_e = \frac{40}{950} \times \frac{0{,}387}{2} \times b \times h = \frac{0{,}815}{100} \cdot b \cdot h,$$

das heißt, der notwendige Eisen-Querschnitt beträgt 0,815 % des nutzbaren Beton-Querschnittes.

II. Beton 1:4

$$s_{bd} = 36^{\text{kg/cm}^2},\ s_e = 950^{\text{kg/cm}^2},\ x = 0{,}362\ h;$$

$$F_e = \frac{36}{950} \times \frac{0{,}362}{2} \times b \times h = \frac{0{,}687}{100} \cdot b \cdot h,$$

das heißt, 0,687 % des nutzbaren Beton-Querschnittes.

III. Beton 1:5

$$s_{bd} = 32^{\text{kg/cm}^2},\ s_e = 950^{\text{kg/cm}^2},\ x = 0{,}336\ h;$$

$$F_e = \frac{32}{950} \times \frac{0{,}336}{2} \times b \times h = \frac{0{,}566}{100} \cdot b \cdot h,$$

das heißt, 0,566 % des nutzbaren Beton-Querschnittes.

In diesen Ausdrücken wird der erforderliche Eisen-Querschnitt dargestellt durch den nutzbaren Beton-Querschnitt; es kann aber auch erwünscht sein, die Eisen-Querschnittsfläche F_e direkt aus dem größten Biegungsmomente M zu ermitteln. Die dazu notwendigen Ausdrücke lassen sich sehr leicht finden, wenn man in die Formeln von F_e der Reihe nach für h die früher bestimmten Werte setzt, also:

I. Beton 1:3

$$h = 0{,}385 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$\underline{F_e} = 0{,}815 \times 0{,}385 \times \sqrt{\frac{M}{b}} \times \frac{b}{100} = \underline{0{,}314 \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \frac{b}{100}}$$

$$\text{für } b = 100^{\text{cm}} \text{ wird } F_e = 0{,}0314 \sqrt{M}$$

II. **Beton 1:4**

$$h = 0{,}418\sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$\underline{F_e} = 0{,}687 \times 0{,}418 \times \sqrt{\frac{M}{b}} \times \frac{b}{100} = \underline{0{,}287\sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \frac{b}{100}}$$

$$\text{für } b = 100^{\text{cm}} \text{ wird } F_e = 0{,}0287\sqrt{M}$$

III. **Beton 1:5**

$$h = 0{,}458\sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$\underline{F_e} = 0{,}566 \times 0{,}458 \times \sqrt{\frac{M}{b}} \times \frac{b}{100} = \underline{0{,}259\sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \frac{b}{100}}$$

$$\text{für } b = 100^{\text{cm}} \text{ wird } F_e = 0{,}0259\sqrt{M}$$

In all diesen Formeln bedeutet M das größte Biegungsmoment infolge der äußeren Lasten auf einem Streifen der Platte von b^{cm} Breite, in kg $\times$ cm; $\frac{M}{b}$ ist mithin das größte Biegungsmoment infolge der Belastung für einen Streifen von b^{cm} Breite, geteilt durch diese Breite, oder mit anderen Worten, das Biegungsmoment bezogen auf die Breiteneinheit. Meist denkt man sich einen Streifen von $1^{\text{m}} = 100^{\text{cm}}$ Breite aus der Platte herausgeschnitten, für welchen dann die weitere Untersuchung durchgeführt wird; es ist daher in diesem Falle $b = 100^{\text{cm}}$ zu setzen. Weiters bedeutet F_e die Gesamtfläche der Eisen-Querschnitte auf die Breite b^{cm} der Betonplatte, in cm^2; setzt man also $b = 100^{\text{cm}}$, so sind die Belastungen der Platte für $1^{\text{m}} = 100^{\text{cm}}$ Breite zu nehmen und das gerechnete F_e ist die Summe der Querschnittsflächen der Eisenstäbe auf 1^{m} Plattenbreite.

Wir haben nun die nötigen Formeln abgeleitet, die es uns ermöglichen, entweder aus dem nutzbaren Beton-Querschnitte oder aus dem Biegungsmomente die gesamte Fläche F_e des erforderlichen Eisens für die Einlagen in der Zugzone zu berechnen. Man muß nunmehr für diese Tragstäbe selbst eine Annahme machen, nämlich sich darüber entscheiden, ob Rundeisen, welches am meisten üblich ist, oder solches mit quadratischem oder rechteckigem Querschnitte u. s. w. Verwendung findet und welche Stärke ein einzelner Eisenstab haben soll. Hieraus ist die Querschnittsfläche $f_e^{\text{cm}^2}$ eines Stabes bekannt und damit auch die Zahl z der

Eisenstäbe, die in b^{cm} Breite der Betonplatte eingebettet werden müssen:

$z = \frac{F_e}{f_e}$, welcher Wert natürlich auf eine ganze Zahl ab- oder aufgerundet wird. Die Entfernung, in welche die einzelnen Tragstäbe von einander zu legen sind, bestimmt sich als:

$$\frac{b^{cm}}{z} = \frac{\text{Breite der Betonplatte in cm}}{\text{Zahl der Eisenstäbe}}$$

Aus den aufgestellten Formeln berechnen wir die sogenannte nutzbare Höhe h der Betonplatte, während bei der praktischen Ausführung die Höhe größer genommen werden muß, $H = h + a$, wobei a den Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlagen vom unteren Rande der Betonplatte bedeutet. Die Größe von a richtet sich ganz nach der Art des gewählten Eisen-Querschnittes; jedenfalls muß a so angenommen werden, daß zwischen der Unterkante des Eisens und dem unteren Rande der Betonplatte noch ein Zwischenraum von 1^{cm} bis 2^{cm} vorhanden bleibt. Hat man z. B. (Abb. 15) Rundeisenstäbe von $1{,}2^{cm}$ Durchmesser, so ist a mindestens $\frac{1{,}2}{2} + 1{,}0 = 1{,}6^{cm}$; bei Verwendung eines hochkantig gestellten Flacheisens $0{,}8 \times 24^{cm}$ wäre für a wenigstens $\frac{2{,}4}{2} + 1{,}0 = 2{,}2^{cm}$ zu nehmen.

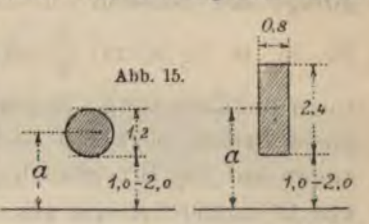


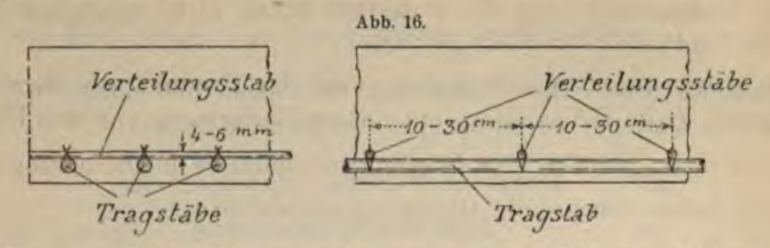
Abb. 15.

Um Rissebildungen an der Unterseite der Platte vorzubeugen, wählt man die untere Beton-Deckschichte der Eiseneinlagen umso stärker, je größer die Abmessungen der Eiseneinlagen sind. Bei I-Eisen oder anderen ganz steifen Profilen nimmt man die Deckschichte mindestens 2^{cm} bis 3^{cm}; im allgemeinen kann auch die Regel gelten: je dichter der Beton, umso weniger braucht das Eisen eingebettet zu sein.

Außer den Tragstäben, deren Berechnung wir soeben durchgenommen haben, pflegt man in Eisenbeton-Platten auch sogenannte Verteilungsstäbe einzubetonieren; sie verbinden die Tragstäbe in der Querrichtung und haben den Zweck, diesen bei der Betonierung einen besseren Halt zu geben, die Kräfte gleichmäßiger auf alle Tragstäbe zu verteilen und auch die Schubfestigkeit der Platte zu vergrößern. Wegen ihrer geringeren Bedeutung gibt man den Verteilungsstäben kleineren Querschnitt als den Tragstäben; gewöhnlich

nimmt man Rundeisen von 4^{mm} bis 6^{mm} Durchmesser und legt die Stäbe in 10^{cm} bis 30^{cm} Entfernung von einander.

Abb. 16.



Um die Tragstäbe so nahe als nur möglich an die unterste, also am stärksten gezogene Faser zu bringen, legt man die Verteilungsstäbe über sie, wie in Abb. 16 gezeigt; um ferner aus beiden Lagen von Stäben ein festes, eisernes Netz zu bekommen, werden sie an sämtlichen Kreuzungsstellen mittels Eisendraht von $0{,}7^{mm}$ bis $1{,}0^{mm}$ Durchmesser mit einander verbunden. Für die Tragstäbe gilt der Grundsatz, daß man lieber geringe Stabentfernungen und kleine Stabquerschnitte anwendet, als große Entfernungen und große Querschnitte.

b) Die Kontrollrechnung.

Bei Bestimmung der Abmessungen einer Eisenbeton-Platte von gegebener Spannweite und bekannter Belastung, also bei Berechnung der Größen: H = Gesamthöhe der Platte und F_e = gesamter Eisen-Querschnitt auf eine bestimmte Plattenbreite, aus dem Biegungsmomonte M der äußeren Kräfte, muß für dieses sowohl die zufällige Belastung (Nutzlast) als auch das Eigengewicht in Rechnung gezogen werden. Um für letzteres daher einen Zahlenwert zu bekommen, ist vor allem eine schätzungsweise Annahme der Plattenstärke erforderlich. Nach durchgeführter Berechnung wird es deshalb gar häufig vorkommen, daß das Rechnungsergebnis für $H = h + a$ mit der ursprünglichen Annahme nicht übereinstimmt, sondern die Plattenstärke zu groß oder zu klein geschätzt wurde, das angenommene Eigengewicht mithin nicht richtig ist. Ferner wird man für die praktische Ausführung auch die gerechneten Werte von H und F_e nicht streng beibehalten, sondern die Höhe der Platte stets auf ganze cm und die Anzahl der Eiseneinlagen auf 1^{m} Plattenbreite stets zu einer ganzen Zahl auf- oder abrunden.

Aus diesen Gründen stellt sich die Notwendigkeit heraus, am Ende der Rechnung noch nachzusehen, welche Werte wir in Wirklichkeit für s_e und s_{bd} erhalten, um zu kontrollieren, ob infolge des unrichtig gewählten Eigengewichtes und der abgerundeten

Werte H und F_e der Beton und das Eisen nicht vielleicht über das zulässige Maß belastet werden, oder aber ob beide nicht etwa zu gering beansprucht und die Materiale daher nicht genügend ausgenützt sind.

Wie wir bereits gehört haben, muß das Produkt aus dem Gesamtdruck D im Druckbeton und dessen Entfernung von den Eiseneinlagen $(h - \frac{x}{3})$ gleich dem Biegungsmomente M der Belastung sein und wir haben daraus die Gleichung abgeleitet:

$\overbrace{\frac{1}{2} s_{bd} \cdot x \cdot b}^{D} \cdot (h - \frac{x}{3}) = M$; aus dieser Beziehung wurde früher das h gerechnet und jetzt berechnen wir daraus die Beanspruchnng des Betons:

$$s_{bd} = \frac{2\,M}{b \cdot x \cdot (h - \frac{x}{3})};$$

für $b = 100^{cm}$ wird $s_{bd} = \frac{M}{50 \cdot x \cdot (h - \frac{x}{3})}$.

Außerdem wissen wir, daß der Zug im Eisen Z gleich sein muß dem Druck im Beton D, welche Gleichung wir zur Ermittlung des erforderlichen Eisen-Querschnittes benützen; setzt man in die obige Gleichung $D \cdot (h - \frac{x}{3}) = M$ statt D den Wert $Z = F_e \cdot s_e$ ein, so wird:

$$F_e \cdot s_e \cdot (h - \frac{x}{3}) = M$$ und hieraus

$$s_e = \frac{M}{F_e \cdot (h - \frac{x}{3})}$$

In beiden Formeln, sowohl in jener für s_{bd} als auch in der für s_e ist die Höhe x der Druckzone des Betons enthalten. Nun haben wir zwar das x bereits zu Anfang unserer Untersuchungen gerechnet und die Formel gefunden: $x = \frac{n \cdot s_{bd}}{s_e + n \cdot s_{bd}} \cdot h$, in die wir nach einander für s_{bd} und s_e die verschiedenen, amtlich vorgeschriebenen Werte einführten, dieser Ausdruck für x ist jetzt aber unbrauchbar, da wir jene Werte von s_{bd} und s_e, die sich tatsächlich durch die Ausführung ergeben, ja noch gar nicht kennen, sondern eben erst rechnen sollen und darum dieselben in der Formel für x auch gar

nicht verwenden dürfen. Man kann aber die Höhe der Druckzone x noch auf andere Weise ermitteln:

Aus $$x = \frac{n \cdot s_{bd}}{s_e + n \cdot s_{bd}} \cdot h$$ folgt:

$$x \cdot s_e + x \cdot n \cdot s_{bd} = h \cdot n \cdot s_{bd}$$ oder:

$$x \cdot s_e = n \cdot (h - x) \cdot s_{bd}$$ und daraus:

$$\frac{s_e}{s_{bd}} = \frac{n \cdot (h - x)}{x} \dots\dots\dots (1.$$

ferner aus: $$\overbrace{F_e \cdot s_e}^{Z} = \overbrace{\frac{1}{2} s_{bd} \cdot x \cdot b}^{D}$$

$$\frac{s_e}{s_{bd}} = \frac{x \cdot b}{2 F_e} \dots\dots\dots (2.$$

Die beiden Gleichungen (1. und (2. drücken auf verschiedene Art dasselbe Verhältnis $\frac{s_e}{s_{bd}}$ aus; durch Gegenüberstellung der beiden rechten Gleichungshälften erhält man:

$\frac{n \cdot (h - x)}{x} = \frac{x \cdot b}{2 F_e}$ und in entwickelter Form die quadratische Gleichung: $x^2 + \frac{2 n \cdot F_e}{b} \cdot x - \frac{2 n \cdot F_e \cdot h}{b} = 0$, welche nach x aufgelöst den Wert liefert:

$$x^{cm} = \frac{n \cdot F_e}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b \cdot h}{n \cdot F_e}} \right];$$ für

$n = 15$ und $b = 100^{cm}$ wird: $x^{cm} = \frac{3 F_e}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40 h}{3 F_e}} \right]$.

Es kann somit aus den ermittelten, bezw. abgerundeten Größen h und F_e das x gerechnet werden, welches in die obigen Formeln von s_{bd} und s_e eingesetzt, die tatsächlich im Beton, bezw. Eisen auftretenden Spannungen ergibt. Dadurch wären nun sämtliche zur Berechnung einer einfach verstärkten Betonplatte nötigen Ausdrücke aufgestellt und es sind dieselben der besseren Übersicht halber in nachstehender Tabelle wiederholt, womit gleichzeitig die Aufeinanderfolge der durchzuführenden Rechnungen angegeben ist.

Berechnung des größten Momentes M der äußeren Kräfte in kg $\times$ cm für Nutzlast und Eigengewicht bei Wahl der beiläufigen Plattenhöhe und bei einer Plattenbreite von b^{cm} (100^{cm}).

...breite: $z = \frac{\;}{f_e}$, ab- oder aufgerundet, daraus das tatsächlich ausgeführte $F_e \; = z \cdot f_e$.

Bestimmung der gesamten Plattenhöhe $H^{cm} = h + a$, ab- oder aufgerundet, daraus das tatsächlich ausgeführte $h^{cm} = H - a$.

Berechnung der Druckbeton-Höhe:

für b^{cm} Plattenbreite: $x^{cm} = \frac{15\,F_e}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b \cdot h}{15\,F_e}}\right]$

für $b = 1{,}0^{m} = 100^{cm}$ Plattenbreite: $x^{cm} = \frac{3\,F_e}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40 \cdot h}{3\,F_e}}\right]$

Berechnung des neuen Momentes M auf Grund des richtiggestellten Eigenwichtes.

Berechnung des größten Druckes im Beton:

für b^{cm} Plattenbreite: $s_{bd}^{kg/cm^2} = \frac{2\,M}{b \cdot x \cdot (h - \frac{x}{3})}$

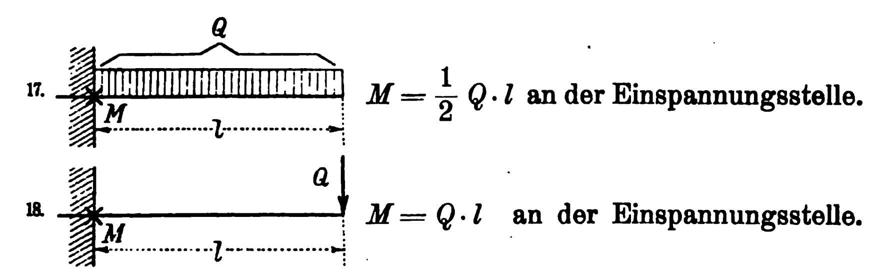
für $b = 1{,}0^{m} = 100^{cm}$ Plattenbreite: $s_{bd}^{kg/cm^2} = \frac{M}{50\,x \cdot (h - \frac{x}{3})}$

Berechnung des größten Zuges in den Eisenstäben: $s_{e}^{kg/cm^2} = \frac{M}{F_e \cdot (h - \frac{x}{3})}$

d) Die Berechnung des größten Momentes.

Man unterscheidet bei jedem Träger zwischen „freier Auf-
erung“ und „Einspannung“; im ersteren Falle kann sich der
ger am Auflager um eine horizontale Kante beliebig drehen, im
teren hingegen wird er derart festgehalten, daß er am Auflager
s horizontal lagern muß. Die größten Biegungsmomente rechnen
ı für die verschiedenen Fälle nach folgenden Formeln:

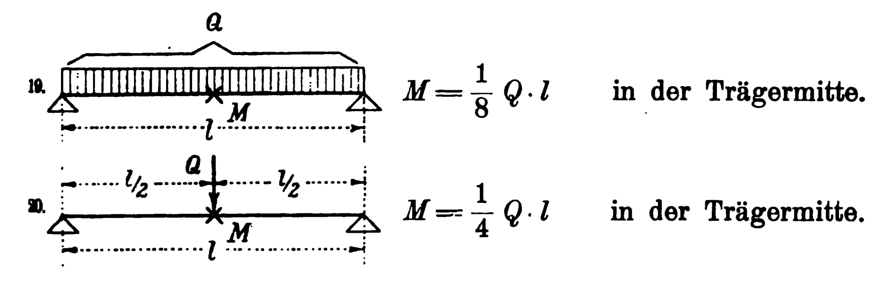
1. **Einseitige Einspannung:**



17. $M = \frac{1}{2}\, Q \cdot l$ an der Einspannungsstelle.

18. $M = Q \cdot l$ an der Einspannungsstelle.

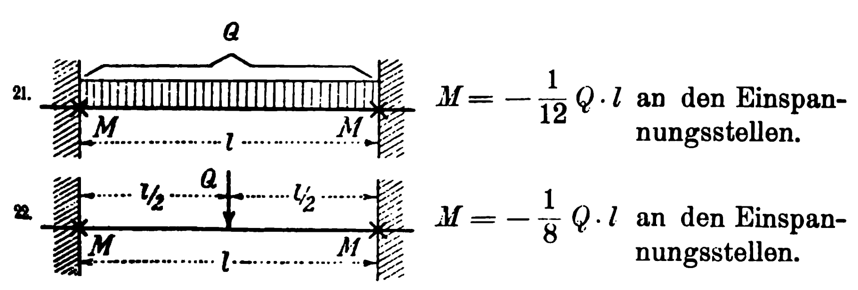
2. **Beidseitige freie Auflagerung:**



19. $M = \frac{1}{8}\, Q \cdot l$ in der Trägermitte.

20. $M = \frac{1}{4}\, Q \cdot l$ in der Trägermitte.

3. **Beidseitige Einspannung:**

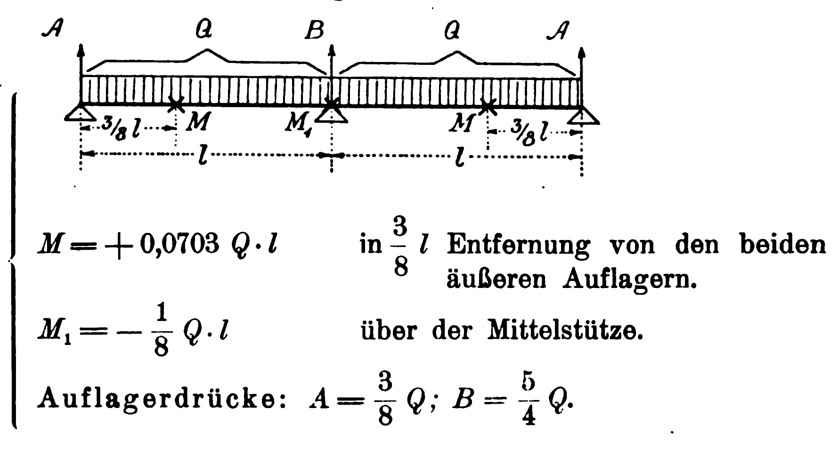


21. $M = -\frac{1}{12}\, Q \cdot l$ an den Einspannungsstellen.

22. $M = -\frac{1}{8}\, Q \cdot l$ an den Einspannungsstellen.

4. Durchlaufender Träger auf drei Stützen:

Abb. 23.

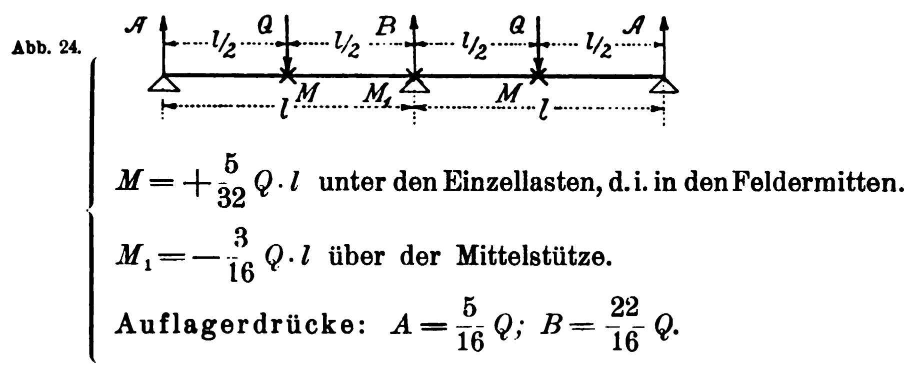


$M = +0{,}0703\ Q \cdot l$ in $\frac{3}{8}\,l$ Entfernung von den beiden äußeren Auflagern.

$M_1 = -\frac{1}{8}\,Q \cdot l$ über der Mittelstütze.

Auflagerdrücke: $A = \frac{3}{8}\,Q;\ B = \frac{5}{4}\,Q.$

Abb. 24.



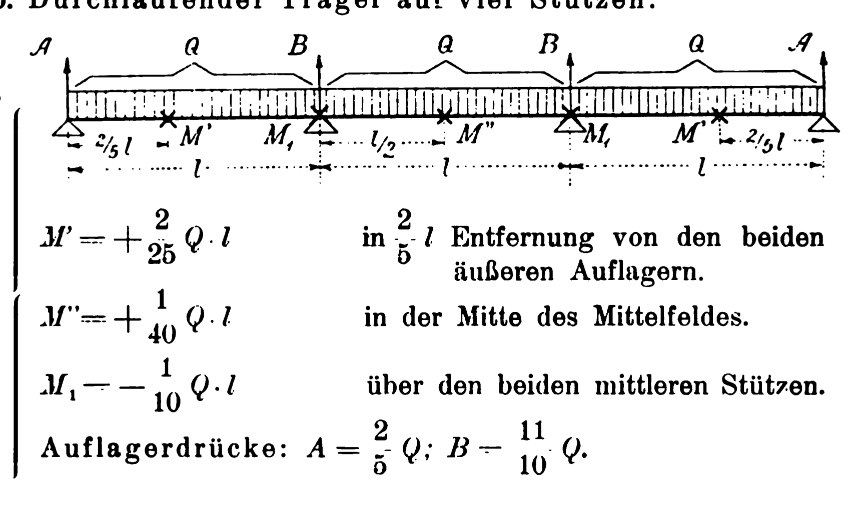
$M = +\frac{5}{32}\,Q \cdot l$ unter den Einzellasten, d. i. in den Feldermitten.

$M_1 = -\frac{3}{16}\,Q \cdot l$ über der Mittelstütze.

Auflagerdrücke: $A = \frac{5}{16}\,Q;\ B = \frac{22}{16}\,Q.$

5. Durchlaufender Träger auf vier Stützen:

Abb. 25



$M' = +\frac{2}{25}\,Q \cdot l$ in $\frac{2}{5}\,l$ Entfernung von den beiden äußeren Auflagern.

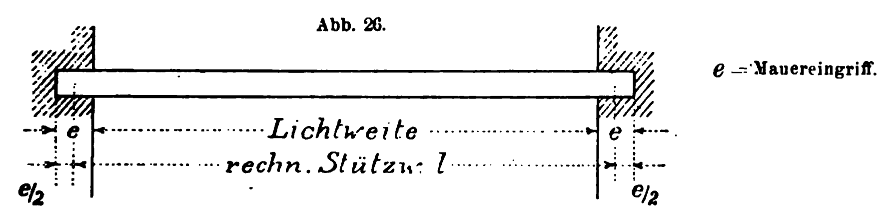
$M'' = +\frac{1}{40}\,Q \cdot l$ in der Mitte des Mittelfeldes.

$M_1 = -\frac{1}{10}\,Q \cdot l$ über den beiden mittleren Stützen.

Auflagerdrücke: $A = \frac{2}{5}\,Q;\ B = \frac{11}{10}\,Q.$

Bei Ermittlung der Biegungsmomente ist für l **nicht die Lichtweite der Eisenbetonplatte einzusetzen, sondern es ist nach der amtlichen Vorschrift für beiderseits frei aufliegende Eisenbeton-Tragwerke (Abb. 26) die Entfernung von Auflagermitte zu Auf-**

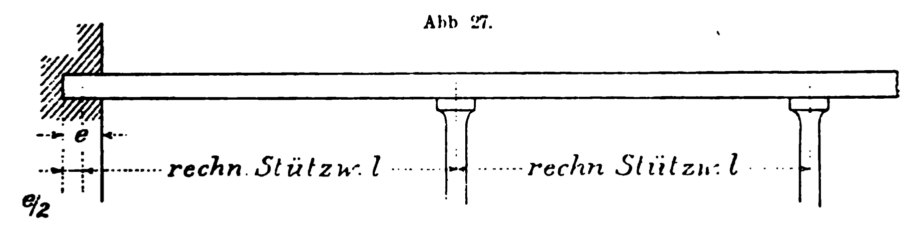
Abb. 26.



e = Mauereingriff.

lagermitte als rechnungsmäßige Stützweite anzunehmen und ähnlich **bei durchlaufenden** Konstruktionen mit der Entfernung von Stützen**mitte zu Stützenmitte,** bezw. von Stützenmitte bis Auflagermitte zu **rechnen** (Abb. 27).

Abb 27.



Als eingespannt darf nur jener Träger gerechnet werden, **bei welchem** wirklich eine vollkommen feste, unverrückbare Ein**spannung** vorhanden ist. Da dies im Hochbau nur für die aller**seltensten Fälle** auch tatsächlich zutreffen wird, macht man es sich **am besten** zur Regel, überhaupt nie mit einer Einspannung, **sondern** stets nur mit einer freien Auflagerung zu rechnen. **In Wirklichkeit** wird sich jeder eingemauerte Träger mehr oder **minder in** einer Art Zwischenzustand zwischen eingespanntem **und frei** aufliegendem Träger befinden, er wird am Auflager **zwar nicht** vollkommen fix festgehalten sein, wird sich aber auch **nicht ganz** frei bewegen können. Die preußischen Verordnungen **gestatten** für diesen Fall der beiderseits halben Einspannung **bei gleichmäßig** verteilter Belastung die Anwendung der Formel:

größtes Biegungsmoment $M = \frac{1}{10} Q \cdot l$ (statt $M = \frac{1}{8} Q \cdot l$).

Wenn eine Eisenbeton-Konstruktion über mehrere Stützen hin**weggeht,** so ist sie nach den Formeln des durchlaufenden Trägers zu rechnen, jedoch ist dies nur bis zu höchstens 3 Fel**dern** (d. i. 4 Stützen) zulässig; ist die Zahl der aufeinander folgenden

Felder eine noch größere, so muß man für die Momentenberechnung die ganze Platte in einzelne getrennte Stücke sich unterteilt denken, deren jedes höchstens drei zusammenhängende Felder umfaßt. Diese Grundsätze gelten sowohl für Eisenbeton-Platten als auch für Rippendecken.

Zur Feststellung des Eigengewichtes aller Eisenbeton-Konstruktionen ist vorschriftsgemäß ein spezivisches Gewicht von 2400 kg pro m³ anzunehmen.

e) Zahlenbeispiele für einfach verstärkte Betonplatten.

1. Eine einfach verstärkte Betondecke für $3{,}0^{m}$ Lichtweite ist zu dimensionieren unter Zugrundelegung einer Nutzlast von 450 kg pro m² (Amtliche Vorschrift bei Lagerräumen). Mischungsverhältnis des Betons: 1 : 4.

Schätzungsweise angenommene Gesamthöhe der Platte: $H = 19^{cm}$, mit 8^{cm} Beschüttung und 5^{cm} Holzfußboden, bei einem beiderseitigen Mauereingriff der Platte von je 30^{cm} (Abb. 28), daher:

rechnungsmäßige Stützweite: $l = 3 + 2\,\frac{0{,}30}{2} = 3{,}30^{m} = 330^{cm}$

Eigengewicht des Holzfußbodens pro m²:

$$1{,}0^{m} \times 1{,}0^{m} \times 0{,}05^{m} \times 1000^{kg/m^3} = 50^{kg}$$

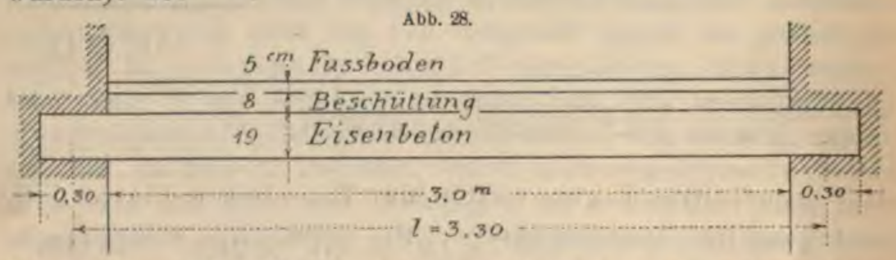
Eigengewicht der Beschüttung pro m²:

$$1{,}0^{m} \times 1{,}0^{m} \times 0{,}08^{m} \times 1400^{kg/m^3} = 112^{kg}$$

zusammen 162^{kg}

oder abgerundet (weil die Polsterhölzer als Schutt gerechnet wurden): $160^{kg/m^2}$.

Abb. 28.



Eigengewicht der Eisenbetonplatte von $l = 3{,}30^{m}$ Länge und $b = 1{,}0^{m}$ Breite:

$$3{,}30^{m} \times 1{,}0^{m} \times 0{,}19^{m} \times 2400^{kg/m^3} = 1505^{kg}$$

Eigengewicht von Fußboden samt Beschüttung:

$$3{,}30^{m} \times 1{,}0^{m} \times 160^{kg/m^2} = 528^{kg}$$

Nutzlast: $3{,}30^{m} \times 1{,}0^{m} \times 450^{kg/m^2}$ . . . . $= 1485^{kg}$

Gesamtlast auf $b = 1{,}0^{m}$ Breite: $Q = 3518^{kg}$

größtes Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8} \cdot Q \cdot l = \frac{3518 \times 330}{8} = 145\,118^{kg \cdot cm}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{145\,118} = 381 \text{ (aufgerundet auf Ganze)}.$$

nutzbare Plattenhöhe:

$$h = 0{,}0418 \sqrt{M} = 0{,}0418 \times 381 = 15{,}9^{cm}$$

erforderlicher Eisen-Querschnitt:

$$F_e = 0{,}0287 \sqrt{M} = 0{,}0287 \times 381 = 10{,}9^{cm^2}.$$

Gewählt wird **Rundeisen** Φ $12^{mm} = 1{,}2^{cm}$; $f_e = 1{,}13^{cm^2}$;

Zahl der Eiseneinlagen auf 1^m Breite:

$$z = \frac{F_e}{f_e} = \frac{10{,}9}{1{,}13} = 10 \text{ Stäbe,}$$ daher:

tatsächlich ausgeführtes: $F_e' = z \cdot f_e = 10 \times 1{,}13 = 11{,}3^{cm^2}$

Gesamthöhe $H = h + a = 15{,}9 + 1{,}6 = 17{,}5 = 18^{cm}$ aufgerundet, **daher:**

tatsächlich ausgeführtes $h = 18 - 1{,}6 = 16{,}4^{cm}$

Druckbeton-Höhe:

$$x = \frac{3 F_e}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40\,h}{3\,F_e}}\right] = \frac{3 \times 11{,}3}{20} \cdot \left[-1 + \underbrace{\sqrt{1 + \frac{40 \times 16{,}4}{3 \times 11{,}3}}}_{\sqrt{20{,}35} = 4{,}51}\right]$$

$$[\quad 3{,}51 \quad]$$

$$x = \frac{3 \times 11{,}3 \times 3{,}51}{20} = 5{,}9^{cm}$$

richtiggestelltes Eigengewicht der Eisenbeton-Platte:

$3{,}30^m \times 1{,}0^m \times 0{,}18^m \times 2400^{kg/m^3} = 1426^{kg}$

Fußboden samt Beschüttung (wie zuvor) . . . . . 528^{kg}

Nutzlast (wie zuvor) . . . . 1485^{kg}

richtiggestellte Gesamtlast auf $b = 1{,}0^m$ **Breite:** $Q = 3439^{kg}$

neues Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8}\, Q \cdot l = \frac{3439 \times 330}{8} = 141\,859^{kg \cdot cm}$$

größter Druck im Beton:

$$s_{bi} = \frac{M}{50 \cdot x \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{141\,859}{50 \times 5.9 \times (16.4 - 2)} = \underline{33.4^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $36^{kg/cm^2}$

größter Zug im Eisen:

$$s_e = \frac{M}{F_e \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{141\,859}{11.3 \times (16.4 - 2)} = \underline{872^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $950^{kg/cm^2}$

---

2. Eine einfach verstärkte Betondecke für 4.90^m **Lichtweite** ist zu berechnen, bei einer Nutzlast von $250^{kg/m^2}$ (**Amtliche Vorschrift** für gewöhnliche Wohnräume). **Mischungsverhältnis des Betons** 1 : 3.

Beiderseitiger Mauereingriff je 30^{cm}, daher:

rechnungsmäßige Stützweite:

$$l = 4.90 - 2\,\frac{0.30}{2} = 5.20^m = 520^{cm}.$$

Eigengewicht der Eisenbeton-Platte von $l = 5.20^m$ Länge, $b = 1.0^m$ Breite und einer schätzungsweise **angenommenen** Gesamthöhe $H = 20^{cm}$:

$$5.20^m \times 1.0^m \times 0.20^m \times 2400^{kg/m^3} = 2496^{kg}$$

Fußboden samt Beschüttung (wie zuvor):

$$5.20^m \times 1.0^m \times 160^{kg/m^2} \quad . \; . \; . = \quad 832^{kg}$$

Nutzlast: $5.20^m \times 1.0^m \times 250^{kg/m^2}$ . . . . $= \underline{1300^{kg}}$

Gesamtlast auf $b = 1.0^m$ Breite: $Q = 4628^{kg}$

größtes Moment: $M = \frac{1}{8}\,Q \cdot l = \frac{4628 \times 520}{8} = 300\,820^{kg \cdot cm}$

$$\sqrt{M} = \sqrt{300\,820} = 548$$

nutzbare Plattenhöhe: $h = 0.0385 \sqrt{M} = 0.0385 \times 548 = 21.1^{cm}$

erforderlicher Eisen-Querschnitt:

$$F_e = 0.0314 \sqrt{M} = 0.0314 \times 548 = 17.2^{cm^2}$$

Gewählt wird Rundeisen $\varnothing\, 15^{mm} = 1.5^{cm}$; $f_e = 1.77^{cm^2}$;

Zahl der Eiseneinlagen auf 1^m Breite:

$$z = \frac{F_e}{f_e} = \frac{17,2}{1,77} = 10 \text{ Stäbe,}$$ daher:

tatsächlich ausgeführtes $\underline{F_e} = z \cdot f_e = 10 \times 1,77 = \underline{17,7^{cm^2}}$

Gesamthöhe: $H = h + a = 21,1 + 1,75 = 22,85 = 23^{cm}$, daher:

tatsächlich ausgeführtes $\underline{h} = H - a = 23 - 1,75 = \underline{21,25^{cm}}$

Druckbeton-Höhe:

$$x = \frac{3\,F_e}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40\,h}{3\,F_e}}\right] = \frac{3 \times 17,7}{20} \cdot \left[-1 + \underbrace{\sqrt{1 + \frac{40 \times 21,25}{3 \times 17,7}}}_{\sqrt{17} = 4,12}\right]$$

$$[\quad 3,12 \quad]$$

$$x = \frac{3 \times 17,7 \times 3,12}{20} = 8,3^{cm}$$

richtiggestelltes Eigengewicht der Eisenbeton-Platte:

$$5,20^m \times 1,0^m \times 0,23^m \times 2400^{kg/m^3} = 2870^{kg}$$

Fußboden samt Beschüttung (wie zuvor) . . . . . 832^{kg}

Nutzlast (wie zuvor) . . . . $\underline{1300^{kg}}$

richtiggestellte Gesamtlast auf $b = 1,0^m$ Breite: $Q = 5002^{kg}$

neues Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8}\, Q \cdot l = \frac{5002 \times 520}{8} = 325\,130^{kg\,cm}$$

größter Druck im Beton:

$$\underline{s_{bd}} = \frac{M}{50\,x \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{325\,130}{50 \times 8,3 \times (21,25 - 2,77)} = \underline{42,4^{kg/cm^2}}$$

ist gegen zulässige $40^{kg/cm^2}$ zu viel;

größter Zug im Eisen:

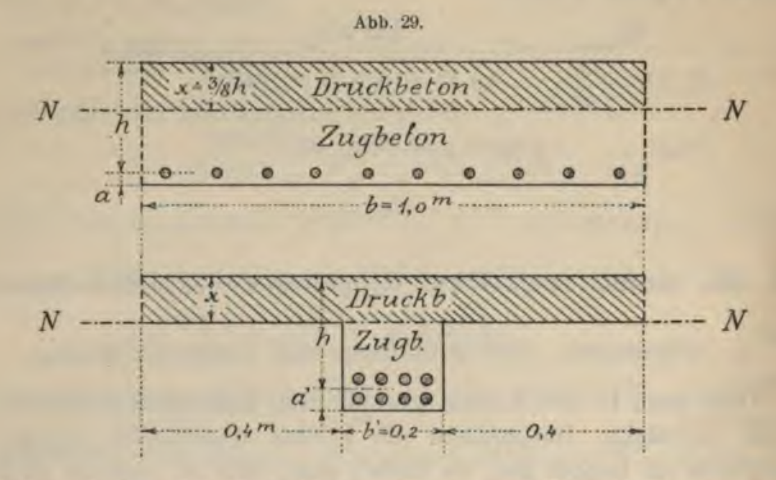
$$\underline{s_e} = \frac{M}{F_e \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{325\,130}{17,7 \times (21,25 - 2,77)} = \underline{994^{kg/cm^2}}$$

ist ebenfalls gegen zulässige $950^{kg/cm^2}$ zu viel.

Da also die Kontrollrechnung zu dem Ergebnisse führte, daß sowohl der Beton-Druck als auch der Eisen-Zug das nach der

daher die Frage nahe, ob es sich denn auch wirklich verlohnt, deswegen so viel Beton zu verschwenden, mehr als der eigentlich tragende Beton ausmacht, und das Eigengewicht so bedeutend zu vergrößern, bezw. ob der gleiche Zweck, den der viele Zugbeton in der Eisenbeton-Platte versieht, sich nicht auch mit einem geringeren Aufwand von nichttragendem Beton erreichen ließe.

Abb. 29.



Man denkt sich deshalb den für $b = 1{,}0^{\mathrm{m}}$ Deckenbreite als erforderlich gerechneten Eisen-Querschnitt F_e, welcher bei der Eisenbeton-Platte auf die ganze Plattenbreite gleichmäßig verteilt wurde, jetzt zusammengedrängt in eine Rippe von $b' = 20^{\mathrm{cm}}$ Breite (Abb. 29), während beiderseits die 40^{cm} Plattenbreite nur in der Höhe x des Druckbetons ausgeführt wird; bloß dort, wo sich die Eisenstäbe befinden, braucht man den Zugbeton als Umhüllung und als Verbindungsglied zwischen Druckbeton und Eisen, seitlich der Rippen kann er ohne Bedenken wegbleiben. Es folgen also in der Längsrichtung einer solchen Rippendecke immer je 20^{cm} Rippe mit Eiseneinlagen und 80^{cm} Betonplatte ohne solche; die Ausführung der letzteren bringt keine Gefahr für die Tragfähigkeit der Decke mit sich, — wie eine große Anzahl von praktischen Beispielen bewiesen hat —, nur müssen Rippen und Platten als einheitliches Ganzes in Beton eingestampft werden.

Um den rechnungsmäßig nötigen Eisen-Querschnitt auf eine bloß 20^{cm} breite Rippe konzentrieren zu können, muß man stärkere Eiseneinlagen wählen und diese eventuell in zwei Reihen übereinander anordnen (Abb. 29). Das Stück a' wird auch hier gemessen von der untersten Zugfaser bis zum Schwerpunkt der Eiseneinlagen.

welch letzterer bei zwei Reihen von Stäben in ihrer horizontalen Mittellinie liegt. Natürlich wird dadurch a' größer als a. Bezüglich des Abstandes der einzelnen Eisenstäbe von einander innerhalb einer Rippe, das heißt, der Dicke der Betonschichte zwischen zwei Stäben und zwischen Stab und Rippenwand, gilt dasselbe, was wir bereits vorhin über die Stärke der Deckschichte der Eiseneinlagen an der Unterseite hörten, also: Mindestmaß 1^{cm}. Die nutzbare Rippenhöhe h ist, so wie früher, die Entfernung der obersten Druckfaser vom Schwerpunkte der Eisenstäbe in der Rippe.

Diese Konzentrierung der Eiseneinlagen auf einzelne Rippen, die von Mittel zu Mittel um $1{,}0^{m}$ auseinanderliegen und das Weglassen des außerhalb der Rippen befindlichen, gänzlich zwecklosen Zugbetons verursacht bei der Rippendecke im Vergleiche zur Platte eine beträchtliche Verminderung des Eisenbeton-Eigengewichtes, welche im Durchschnitte nicht weniger als 50 %, also die Hälfte ausmacht. Hiedurch werden nicht nur 50 % des sonst nötigen Betons erspart, sondern es liefert das geringe Eigengewicht, bezw. die damit verbundene geringere Belastung der Decke, überhaupt kleinere Abmessungen sowohl für den Beton als auch für das Eisen, was ein neuerliches Ersparnis bedeutet.

Die Verschalung einer Rippendecke verursacht zwar größere Kosten als diejenige einer einfachen Eisenbeton-Platte, trotzdem ist aber die Verwendung von Rippendecken, namentlich bei großen Spannweiten, fast immer billiger als die Herstellung einer ebenen Eisenbeton-Platte.

Wenn bei Anwendung von Rippendecken an der Unterseite eine ebene Plafond-Ansicht gewünscht wird, läßt sich diese mittels Gipsdielen, Korkstein, Drahtputz (geputzte Drahtnetze) u. s. w. leicht erzielen. Verteilungsstäbe werden hier nicht angeordnet.

Zur Berechnung solcher Rippendecken müssen keine neuen Ausdrücke abgeleitet werden, sondern es haben die früher für die einfach verstärkte Betonplatte aufgestellten Formeln volle Giltigkeit.

b) Zahlenbeispiel für eine einfach verstärkte Rippendecke.

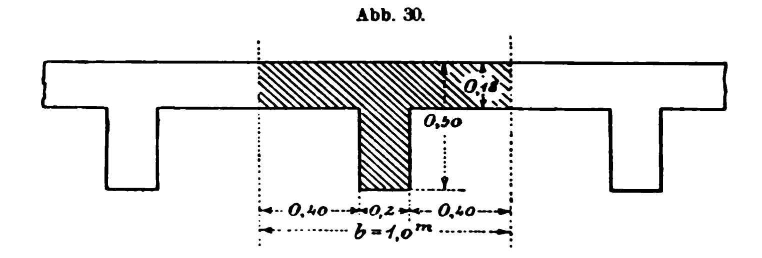
Eine einfach verstärkte Rippendecke für $10{,}0^{m}$ Lichtweite, bei beidseitigem Mauereinlaß von je 40^{cm} ist für eine Nutzlast von $250^{kg/m^2}$ (gewöhnlicher Wohnraum) zu berechnen. Die Ausführung geschieht in Beton 1:4;

rechnungsmäßige Stützweite: $l = 10 + 2\,\frac{0{,}40}{2} = 10{,}40^{m} = 1040^{cm}$

3*

Für die vorläufige Feststellung des Eigengewichtes wird eine gesamte Rippenhöhe von 50^{cm} und eine Plattenstärke von etwa $^3/_8$ dieses Wertes, d. i. 18^{cm}, schätzungsweise angenommen. (Abb. 30.)

Abb. 30.



Eigengewicht des Eisenbetons für $b = 1{,}0^m$ Breite und

$l = 10{,}40^m$ Länge:

Rippe: $0{,}20^m \times 0{,}50^m \times 10{,}40^m \times 2400^{kg/m^3} = 2496^{kg}$ } 6090^{kg}

Platte: $0{,}80^m \times 0{,}18^m \times 10{,}40^m \times 2400^{kg/m^3} = 3594^{kg}$

Fußboden samt Beschüttung (wie früher):

$1{,}0^m \times 10{,}40^m \times 160^{kg/m^2} =$ . . . . . 1664^{kg}

Nutzlast: $1{,}0^m \times 10{,}40^m \times 250^{kg/m^2} =$ . . . . . 2600^{kg}

Gesamtlast auf $b = 1{,}0^m$ Breite: $Q = 10354^{kg}$

größtes Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8} Q \cdot l = \frac{10354 \times 1040}{8} = 1\,346\,020^{kg\,cm}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{1\,346\,020} = 1160$$

nutzbare Rippenhöhe: $h = 0{,}0418 \sqrt{M} = 0{,}0418 \times 1160 = 48{,}5^{cm}$

erforderlicher Eisen-Querschnitt:

$$F_e = 0{,}0287 \sqrt{M} = 0{,}0287 \times 1160 = 33{,}3^{cm^2}$$

Gewählt wird Rundeisen $\Phi\ 24^{mm} = 2{,}4^{cm}$; $f_e = 4{,}52^{cm^2}$;

Zahl der Eisenstäbe in einer Rippe:

$$z = \frac{F_e}{f_e} = \frac{33{,}3}{4{,}52} = 8 \text{ Stäbe,}$$

welche in zwei übereinander liegenden Reihen angeordnet werden, daher:

tatsächlich ausgeführtes $F_e = z \cdot f_e = 8 \times 4{,}52 = 36{,}16^{cm^2}$

$$a' = 1{,}0^{cm} + 2{,}4^{cm} + 0{,}5^{cm} = 3{,}9^{cm}$$

Gesamthöhe: $H = h + a' = 48{,}5 + 3{,}9 = 52{,}4^{cm} = 53^{cm}$, **daher:**

tatsächlich ausgeführtes $\underline{h} = H - a' = 53 - 3{,}9 = \underline{49{,}1^{cm}}$

Plattenstärke (Druckbeton-Höhe):

$$x = \frac{3F_e}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40\,h}{3\,F_e}}\right] = \frac{3 \times 36{,}16}{20} \cdot \left[-1 + \underbrace{\sqrt{1 + \frac{40 \times 49{,}1}{3 \times 36{,}16}}}_{\sqrt{19{,}10} = 4{,}37}\right]$$

$$[\qquad 3{,}37 \qquad]$$

$$x = \frac{3 \times 36{,}16 \times 3.37}{20} = 18{,}3^{cm} = 19^{cm}$$

(für die Ausführung auf ganze cm aufgerundet);

richtiggestelltes Eigengewicht der Eisenbeton-Rippendecke:

Rippe:	$0{,}20^{m} \times 0{,}53^{m} \times 10{,}40^{m} \times 2400^{kg/m^3} = 2646^{kg}$	6440^{kg}
Platte:	$0{,}80^{m} \times 0{,}19^{m} \times 10{,}40^{m} \times 2400^{kg/m^3} = 3794^{kg}$	
Fußboden samt Beschüttung (wie früher)		1664^{kg}
Nutzlast (wie früher)		2600^{kg}
richtiggestellte Gesamtlast auf $b = 1{,}0^{m}$ **Breite:**		$Q = 10704^{kg}$

neues Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8}\,Q \cdot l = \frac{10704 \times 1040}{8} = 1\,391\,520^{kg.cm}$$

größter Druck im Beton:

$$\underline{s_{bd}} = \frac{M}{50\,x \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{1\,391\,520}{50 \times 18{,}3 \times (49{,}1 - 6{,}1)} = \underline{35{,}4^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $36^{kg/cm^2}$

größter Zug im Eisen:

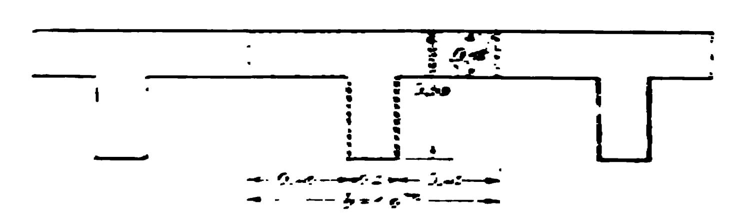
$$\underline{s_e} = \frac{M}{F_e \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{1\,391\,520}{36{,}16 \times (49{,}1 - 6{,}1)} = \underline{895^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $950^{kg/cm^2}$

Der auszuführende Querschnitt der Rippendecke ist ähnlich **jenem in Abb. 29.**

Für die vorläufige Feststellung des Eigengewichtes wird eine gesamte Rippenhöhe von 50^{cm} und eine Plattenstärke von etwa $^1/_3$ dieses Wertes, d. i. 15^{cm}, schätzungsweise angenommen. (Abb. 30.)

Abb. 30.



Eigengewicht des Eisenbetons für $b = 1{,}0^m$ Breite und

$l = 10{,}40^m$ Länge:

Rippe: $0{,}20^m \times 0{,}50^m \times 10{,}40^m \times 2400^{kg/m^3} = 2496^{kg}$ | 6090^{kg}

Platte: $0{,}80^m \times 0{,}15^m \times 10{,}40^m \times 2400^{kg/m^3} = 3594^{kg}$ |

Fußboden samt Beschüttung (wie früher):

$1{,}0^m \times 10{,}40^m \times 160^{kg/m^2} = \; . \; . \; . \; . \; . \; 1664^{kg}$

Nutzlast: $1{,}0^m \times 10{,}40^m \times 250^{kg/m^2} = \; . \; . \; . \; . \; . \; 2600^{kg}$

Gesamtlast auf $b = 1{,}0^m$ Breite: $Q = 10354^{kg}$

größtes Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8} Q \cdot l = \frac{10354 \times 1040}{8} = 1\,346\,020^{kg\,cm}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{1\,346\,020} = 1160$$

nutzbare Rippenhöhe: $h = 0{,}0418\sqrt{M} = 0{,}0418 \times 1160 = 48{,}5^{cm}$

erforderlicher Eisen-Querschnitt:

$$F_e = 0{,}0287\sqrt{M} = 0{,}0287 \times 1160 = 33{,}3^{cm^2}$$

Gewählt wird Rundeisen $\Phi\, 24^{mm} = 2{,}4^{cm}$; $f_e = 4{,}52^{cm^2}$;

Zahl der Eisenstäbe in einer Rippe:

$$z = \frac{F_e}{f_e} = \frac{33{,}3}{4{,}52} = 8 \text{ Stäbe},$$

welche in zwei übereinander liegenden Reihen angeordnet werden, daher:

tatsächlich ausgeführtes $\underline{F_e} = z \cdot f_e = 8 \times 4{,}52 = \underline{36{,}16^{cm^2}}$

$$a' = 1{,}0^{cm} + 2{,}4^{cm} + 0{,}5^{cm} = 3{,}9^{cm}$$

ıthöhe: $H = h + a' = 48{,}5 + 3{,}9 = 52{,}4^{cm} = 53^{cm}$. daher:

hlich ausgeführtes $\underline{h} = H - a' = 53 - 3{,}9 = \underline{49{,}1^{cm}}$

nstärke (Druckbeton-Höhe):

$$\frac{\cdot}{\cdot} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40\,h}{3\,F_e}}\right] = \frac{3 \times 36{,}16}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{40 \times 49{,}1}{3 \times 36{,}16}}\right]$$

$$\sqrt{19{,}10} = 4{,}37$$

$$[\quad 3{,}37 \quad]$$

$$x = \frac{3 \times 36{,}16 \times 3{,}37}{20} = 18{,}3^{cm} = 19^{cm}$$

(für die Ausführung auf ganze cm aufgerundet);

;gestelltes Eigengewicht der Eisenbeton-Rippen-cke:

: $0{,}20^{m} \times 0{,}53^{m} \times 10{,}40^{m} \times 2400^{kg/m^3} = 2646^{kg}$ | 6440^{kg}

: $0{,}80^{m} \times 0{,}19^{m} \times 10{,}40^{m} \times 2400^{kg/m^3} = 3794^{kg}$ |

den samt Beschüttung (wie früher) . . . . . 1664^{kg}

ıst (wie früher) . . . . $\underline{2600^{kg}}$

;gestellte Gesamtlast auf $b = 1{,}0^{m}$ Breite: $Q = 10704^{kg}$

Biegungsmoment:

$$M = \frac{1}{8}\,Q \cdot l = \frac{10704 \times 1040}{8} = 1\,391\,520^{kg \cdot cm}$$

r Druck im Beton:

$$\underline{s_{bd}} = \frac{M}{50\,x \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{1\,391\,520}{50 \times 18{,}3 \times (49{,}1 - 6{,}1)} = \underline{35{,}4^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $36^{kg/cm^2}$

ır Zug im Eisen:

$$\underline{s_e} = \frac{M}{F_e \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{1\,391\,520}{36{,}16 \times (49{,}1 - 6{,}1)} = \underline{895^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $950^{kg/cm^2}$

ır auszuführende Querschnitt der Rippendecke ist ähnlich in Abb. 29.

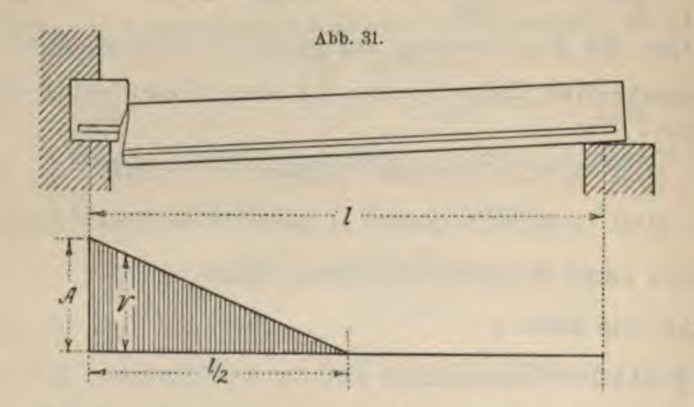
E. Die Schub- und Haftspannungen.

a) Die Schubspannungen senkrecht zur Trägerachse.

Nach den Gesetzen der Baumechanik treten, wie wir bereits zu Beginn unserer Ausführungen erfahren haben, bei jedem auf Biegung beanspruchten Träger und daher auch bei der Eisenbeton-Decke Schub- oder Scherkräfte von zweierlei Art auf:

1. solche, welche im Querschnitte senkrecht zur Längsachse des Trägers wirken und
2. solche, die in einem horizontalen, zur Träger-Längsachse parallelen Längenschnitt liegen.

Abb. 31.



Die ersterwähnte Art der Schubkräfte sucht den Träger auf die in Abb. 31 gezeichnete Art zu zerstören. Die Kraft, welche hiebei in Betracht kommt, ist die sogenannte Vertikal- oder Querkraft V; sie hat ihren größten Wert am Auflager, wo sie dem Auflagerdruck A gleich ist, nimmt dann bei gleichmäßig verteilter Belastung gegen die Trägermitte zu immer mehr und mehr ab und wird schließlich dort gleich Null. An jeder beliebigen anderen Stelle ist die Vertikalkraft V durch eine Vertikale an der betreffenden Stelle im oben gezeichneten Dreiecke (Abb. 31) dargestellt. Ebenso wie diese Kraft V am Auflager am größten ist und nach der Trägermitte zu abnimmt, ist es auch mit den Schubspannungen t, welche durch sie hervorgerufen werden. Denkt man sich vorerst nicht eine Eisenbeton-Platte, sondern eine Platte aus einheitlichem Materiale, z. B. aus Beton ohne Eiseneinlagen, so ist die Schubspannung t in irgend einem beliebigen Querschnitte:

$$t = \frac{V}{F},$$

worin V die Vertikalkraft an dieser Stelle in kg bedeutet, die wir aus obigem Dreiecke leicht finden können, und F die gesamte Querschnittsfläche des Trägers in cm² ist; die Schubspannung t wird dann in kg pro cm² erhalten. Wenn man für V den größten Wert einsetzt, den diese Kraft annehmen kann, nämlich den Auflagerdruck A, so bekommt man auch für t die größte Schubspannung, die also im Querschnitte unmittelbar neben dem Auflager herrschen wird. Der Trägerquerschnitt F ist nun derart zu wählen, daß $\frac{A}{F}$ die größte zulässige Schubspannung des Materiales nicht überschreitet.

Beim Eisenbeton-Körper ist es etwas anders, weil dort zwei Materiale von verschiedenem Elastizitäts-Modul miteinander verbunden sind. Bezeichnet F_b die Querschnittsfläche des Betons und F_e jene der Eisenstäbe, dann muß bei Berechnung der Schubspannungen t_b im Beton die Eisen-Querschnittsfläche F_e gewissermaßen auf Beton umgewandelt werden, indem man sie mit dem Verhältnisse der Elastizitäts-Module $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$ multipliziert:

$$t_b^{\mathrm{kg/cm^2}} = \frac{V}{F_b + n \cdot F_e};$$

ein umgekehrtes gilt für die Schubspannungen t_e im Eisen:

$$t_e^{\mathrm{kg/cm^2}} = \frac{V}{F_e + \frac{F_b}{n}}.$$

Die Größtwerte erhalten diese Schubkräfte wieder am Auflager:

Größte Schubspannung im Beton:

$$t_b = \frac{A}{F_b + 15 \cdot F_e}$$

Größte Schubspannung im Eisen:

$$t_e = \frac{A}{F_e + \frac{F_b}{15}}$$

A ist in kg, F_b und F_e in cm² einzuführen; t_b und t_e ergeben sich dann in kg pro cm².

Die ermittelten größten Schubspannungen t_b und t_e dürfen höchstens den zulässigen Schubspannungen gleich sein, welche durch die bestehenden amtlichen Vorschriften folgendermaßen festgesetzt sind:

größter zulässiger Schub im Eisen: $t_e = 600^{kg/cm^2}$
größter zulässiger Schub im Beton:

I. bei einem Mischungsverhältnisse 1:3 } .... $t_b = 4{,}5^{kg/cm^2}$
II. „ „ „ 1:4 }
III. „ „ „ 1:5 .... $t_b = 3{,}5^{kg/cm^2}$

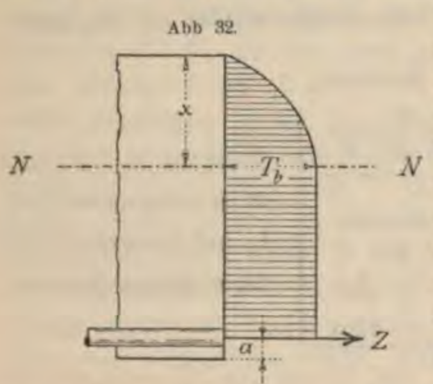
b) Die Schubspannungen parallel zur Trägerachse und die Haftspannungen.

Meist wird sich bei Bestimmung der Schubspannungen t_b und t_e quer zur Längsachse zeigen, daß die zulässigen Werte noch lange nicht erreicht sind. Wichtiger ist die zweite Art der Schubkräfte, welche parallel zur Längsachse des Trägers gerichtet sind und denselben dadurch zerstören wollen, daß sie ihn der Länge nach in zwei übereinander liegende, voneinander vollkommen getrennte Streifen zu zerlegen trachten.

Die beiden unmittelbar aufeinander gelegenen Schichten ik und $i'k'$ waren ursprünglich gleich lang (Abb. 11) und auch in genau derselben Weise, entweder beide auf Zug oder beide auf Druck beansprucht, während jetzt nach der Zerstörung die obere Schichte ik länger ist als die untere $i'k'$ und beide verschiedene Beanspruchung erleiden: ik wird gezogen, $i'k'$ gedrückt.

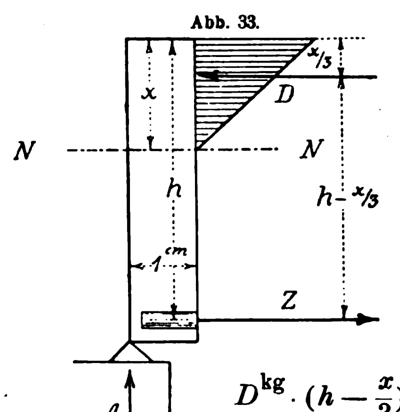
Diese horizontalen Schubspannungen sind am oberen Rande der Eisenbetondecke gleich Null und wachsen gegen unten zu immer mehr an, bis sie in der Null-Linie ihren größten Wert T_b erreichen; ebensogroß wie die größte Schubkraft muß auch die Haftfestigkeit oder der Gleitwiderstand des Eisens im Beton sein. Unterhalb der Eiseneinlagen, also im Stücke von der Höhe a, ist die Schubspannung wieder gleich Null. Die Abb. 32 veranschaulicht die Verteilung der horizontalen Schubspannungen über einem Träger-Querschnitt.

Abb 32.



Die Größe der horizontalen Schubspannung läßt sich folgendermaßen finden:

Wir denken uns senkrecht zur Längsachse einen Querschnitt durch eine Eisenbeton-Platte in der Entfernung 1^{cm} vom Auflager geführt



(Abb. 33). Die Breite der Platte sei b^{cm}, der Gesamtdruck D des Druckbetons greift, wie früher abgeleitet, im Abstande $\frac{x}{3}$ von der obersten Schichte an und es muß jetzt, ähnlich wie ehedem bei der Bestimmung von s_{bd}, die Gleichung bestehen:

$$D^{\text{kg}} \cdot (h - \frac{x}{3})^{\text{cm}} = A^{\text{kg}} \times 1^{\text{cm}} \text{ und daraus}$$

$$D = \frac{A}{h - \frac{x}{3}} \dots\dots\dots \quad (3.$$

Der Druck D ist aber auch gleich der größten Schubkraft in der Null-Ebene; die horizontale Beton-Schubspannung bezeichnen wir mit $T_b^{\text{kg/cm}^2}$, die Fläche, innerhalb welcher sie wirkt, hat die in Rechnung gezogene Breite b^{cm} als Breite und 1^{cm} als Länge, ist also $1^{\text{cm}} \times b^{\text{cm}}$, daher wird die ganze horizontale Schubkraft: $T_b \cdot^{\text{kg/cm}^2} \times 1^{\text{cm}} \times b^{\text{cm}}$ und es ist:

$$D = T_b \times 1 \times b \dots\dots\dots \quad (4.$$

Aus Gleichung (3. und (4. folgt durch Gegenüberstellen der beiden rechten Gleichungshälften:

$$\frac{A}{h - \frac{x}{3}} = T_b \cdot b \qquad \text{oder:}$$

$$\text{Größte Schubspannung im Beton: } T_b = \frac{A}{b \cdot (h - \frac{x}{3})};$$

hierin bedeutet b die in Rechnung gestellte Breite der Eisenbeton-Platte in cm (meist $b = 100^{\text{cm}}$) und A den Auflagerdruck in kg. Da auch $(h - \frac{x}{3})$ in cm ausgedrückt wird, erhält man das T_b in kg pro cm². T_b darf ebenfalls die früher für t_b^{-} angegebenen Grenzen nicht übersteigen.

Der Schubkraft $T_b \times 1 \times b$ in der Null-Ebene muß nun auch die Haftfestigkeit (der Gleitwiderstand) zwischen Eisen und Beton

gleich sein. Ist die zulässige Haftspannung, mit der das Eisen pro 1^{cm^2} Berührungsfläche im Beton haftet, T_e^{kg/cm^2} und ist der Umfang aller in b^{cm} Plattenbreite enthaltener Eisenstäbe U^{cm}, so beträgt auf eine Länge von 1^{cm} die Berührungsfläche zwischen Beton und Eisen: $1^{cm} \times U^{cm}$ und demnach die Haftfestigkeit:

$$T_e^{kg/cm^2} \times 1^{cm} \times U^{cm}; \qquad \text{es ist also:}$$

$$T_b \times 1 \times b = T_e \times 1 \times U \qquad \text{oder:}$$

$$T_e = \frac{T_b \cdot b}{U} = \frac{A}{U \cdot (h - \frac{x}{3})}.$$

Größte Haftspannung: $$T_e = \frac{A}{U \cdot (h - \frac{x}{3})};$$

auch hier ist der Auflagerdruck A in kg, $(h - \frac{x}{3})$ und der Umfang U sämtlicher in b^{cm} Plattenbreite eingebetteter Eiseneinlagen in cm einzuführen, worauf sich T_e in kg pro cm² ergibt. Als größte zulässige Werte, die letzteres nicht überschreiten darf, setzen die amtlichen Vorschriften fest:

Größte zulässige Haftspannung zwischen Eisen und Beton:

I. bei einem Mischungsverhältnisse 1:3 } ..... $T_e = 5{,}5^{kg/cm^2}$
II. „ „ „ 1:4 }
III. „ „ „ 1:5 ...... $T_e = 4{,}5^{kg/cm^2}$

Für die früher untersuchte, einfach verstärkte Betonplatte von $4{,}90^{m}$ Lichtweite und $250^{kg/m^2}$ Nutzlast seien nun die Schub- und Haftspannungen nachgerechnet.

$b = 100^{cm}$, $H = 24^{cm}$, daher Gesamt-Querschnittsfläche:

$$F = 24 \times 100 = 2400^{cm^2}$$

Rundeisen-Einlagen: $\Phi\ 15^{mm} = 1{,}5^{cm}$, $f_e = 1{,}77^{cm^2}$;

auf $b = 100^{cm}$ Breite entfallen 11 Stäbe:

Eisenfläche $F_e = 11 \times 1{,}77^{cm} = 19{,}47^{cm^2}$

somit: Betonfläche $F_b = 2380{,}53^{cm^2}$

Gesamtlast auf $b = 100^{cm}$ Breite: $Q = 5127^{kg}$, daher:

Auflagerdruck: $\underline{A} = \frac{Q}{2} = \underline{2564^{kg}}$;

Senkrecht zur Trägerachse:

größter Schub im Beton:

$$\underline{t_b} = \frac{A}{F_b + 15 \cdot F_e} = \frac{2564}{2380{,}53 + 15 \times 19{,}47} = \underline{0{,}96^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $4{,}5^{kg/cm^2}$

größter Schub im Eisen:

$$\underline{t_e} = \frac{A}{F_e + \frac{F_b}{15}} = \frac{2564}{19{,}47 + \frac{2380{,}53}{15}} = \underline{14{,}4^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $600^{kg/cm^2}$

Der Umfang von 11 Eisenstäben Φ $15^{mm} = 1{,}5^{cm}$ beträgt:

$$\underline{U} = 11 \times 4{,}7^{cm} = \underline{51{,}7^{cm}}$$

$$h = 22{,}25^{cm}, \quad x = 8{,}8^{cm};$$

größter Schub im Beton (parallel zur Trägerachse):

$$\underline{T_b} = \frac{A}{b \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{2564}{100 \times (22{,}25 - \frac{8{,}8}{3})} = \underline{1{,}3^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $4{,}5^{kg/cm^2}$

größte Haftspannung:

$$\underline{T_e} = \frac{A}{U \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{2564}{51{,}7 \times (22{,}25 - \frac{8{,}8}{3})} = \underline{2{,}6^{kg/cm^2}}$$

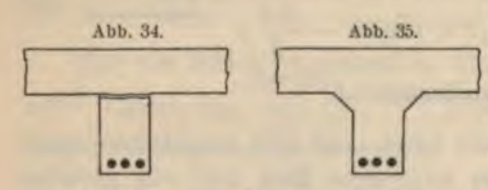
gegen zulässige $5{,}5^{kg/cm^2}$

Wie schon dieses eine Beispiel lehrt, sind alle ermittelten Spannungen weit niedriger als deren zulässiges Maß und ein gleiches wird so ziemlich bei sämtlichen einfach verstärkten Betonplatten von mittleren Stützweiten der Fall sein, so daß man es sich bei diesen meistens ersparen kann, die Werte t_b, t_e, T_b und T_e zu kontrollieren. Das Maßgebende für die Berechnung der Dimensionen von Beton wie Eisen bei einfach verstärkten Betonplatten ist also nicht der Auflagerdruck A, sondern das Biegungsmoment M, nach welchem wir ja auch die Rechnung durchgeführt haben. Deshalb ist es bei solchen Betonplatten auch nicht nötig, Schub- oder Scherbügel anzuordnen, wie wir es bei den Rippendecken noch

kennen lernen werden. Überdies ist der Wert von T_e (Haftspannung) stets kleiner, als ihn die Rechnung liefert, da die Zugspannungen im Beton, die in Wirklichkeit ja doch vorhanden sind und nur bei Aufstellung der Formeln vernachlässigt wurden, die Haftspannung der Eiseneinlagen verringern.

Sollte sich trotzdem einmal eine zu große Haftspannung durch die Rechnung herausstellen, so ist dem leicht abzuhelfen: es kann entweder die nutzbare Plattenhöhe h, oder einfacher der Umfang der Eiseneinlagen U vergrößert werden. Letzteres geschieht so, daß man als Eiseneinlagen dünnere Stäbe und daher in größerer Anzahl, aber vom gleichen erforderlichen Gesamt-Querschnitt F_e wählt, wodurch der gesamte Umfang bekanntlich ein größerer wird. Will man die Haftfestigkeit noch weiter erhöhen, so kann man Eiseneinlagen von unebener Oberfläche nehmen, die einen noch festeren Halt im Betonkörper finden und kann endlich die Enden der Stäbe am Auflager umbiegen, um den Widerstand gegen das Herausziehen zu vergrößern.

Bei den Rippendecken hingegen ist es unerläßlich, die Schub- und Haftspannungen nachzurechnen. Man hat hier nur wenig Eisenstäbe von größerem Durchmesser, die daher zusammen nur einen verhältnismäßig kleinen Umfang und demnach auch nur kleinere Haftfestigkeit besitzen. Aber auch die horizontalen Schubkräfte im Beton, die sich bei der Eisenbeton-Platte gleichmäßig über die ganze in Rechnung gezogene Plattenbreite b verteilten, drängen sich jetzt in die einzelnen Rippen zusammen, die bedeutend schmäler sind und deshalb stärker beansprucht werden. Besonders leicht kann daher ein Ablösen der Platte über den einzelnen Rippen stattfinden (Abb. 34), da dort gerade die Null-Schichte liegt, in der die größten Schubspannungen auftreten. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, die Rippe an jener Stelle, wo sie an die Platte stößt, durch eine sogenannte Voutenanordnung zu erbreitern (Abb. 35).


Abb. 34. Abb. 35.

Zur Bestimmung von t_b und t_e gelten genau dieselben Formeln wie für die Platten und auch diejenigen für T_b und T_e sind ganz die gleichen, nur ist statt des Wertes b hier die Breite b' einer Rippe in cm (meist $b' = 20^{cm}$) einzusetzen.

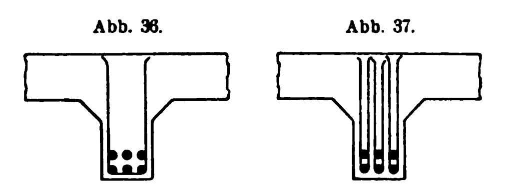
Größte Schubspannung im Beton: $T_b = \dfrac{A}{b'(h - \frac{x}{3})}$

Größte Haftspannung: . . . . $T_e = \dfrac{A}{U \cdot (h - \frac{x}{3})}$

Die Breite einer Rippe spielt also keine Rolle bei Berechnung einer Rippendecke auf Grund des Biegungsmomentes M, kommt aber wohl in Betracht bei Bestimmung der Schubspannungen, welche man durch möglichst breite und hohe Rippen verringern kann.

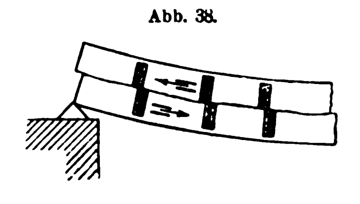
c) Die Berechnung der Scherbügel.

Als höchster zulässiger Wert für die Schubspannung T_b im Beton gilt in den Fällen I. und II.: $T_b = 4{,}5^{kg/cm^2}$, im Falle III.: $T_b = 3{,}5^{kg/cm^2}$; wenn sich aber durch die Rechnung herausstellt, daß diese Grenze überschritten ist, dann müssen lotrechte Eisenbügel (Schub- oder Scherbügel) eingelegt werden, welche in der Druckzone des Betones beginnen, um die Tragstäbe — entweder um alle zusammen (Abb. 36) oder um jeden einzelnen (Abb. 37) — herumgebogen sind und wieder in der Druckzone endigen Diese Bügel, für welche man meistens Flacheisen nimmt, verbinden die Rippe besser mit der Betonplatte und wirken ähnlich wie die Dübel in einem verdübelten Balken oder wie die Schraubenbolzen, die zwei übereinander liegende Balken zu einer gemeinsamen Tragkonstruktion verschrauben.


Abb. 36. Abb. 37.

Solange die Schubfestigkeit im Beton noch nicht überschritten ist, werden die Bügel nichts aufzunehmen haben, wird jedoch der Schub größer als die Schubfestigkeit, so müssen die Eisenbügel einer Trennung der Eisenbeton-Konstruktion nach einer wagrechten Fuge entgegenwirken (Abb. 38).

Die größte Schubspannung T_b, die wir dem Beton zumuten dürfen, ist uns dem Zahlenwerte nach aus den amtlichen Vorschriften bekannt; für die größte Schubspannung überhaupt, die im Beton auftreten wird, haben wir die Formel abgeleitet:


Abb. 38.

$$\text{größte Beton-Schubspannung} = \frac{A}{b' (h - \frac{x}{3})}$$

Wir wollen nun annehmen, daß diese größer sei als jenes Maß, das für den Beton noch zulässig ist. Der Beton kann dann also nicht die gesamte Schubkraft aufnehmen, welche vom Auflagerdruck A herrührt, sondern nur einen Teil davon, der eben nur durch einen Teil des Auflagerdruckes entsteht. Wir denken uns gewissermaßen den Auflagerdruck A, der ja die größte Vertikalkraft V im Träger ist, in zwei Teile zerlegt:

$$A = V_b + V_e$$

Die Schubkraft, welche durch den Teil V_b der Vertikalkraft entsteht, kann der Beton in sich aufnehmen, die übrige Schubkraft, bewirkt durch V_e, kommt aber auf die Eisenbügel.

Nach den früher gefundenen Formeln haben wir also:

größte **zulässige** Beton-Schubspannung:

$$T_b = \frac{V_b}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}$$ und daraus:

$$V_b = T_b \cdot b' \cdot (h - \frac{x}{3})$$

Da T_b, b', h und x bekannt sind, kennen wir auch V_b; es bleibt daher vom Auflagerdrucke A noch eine Vertikalkraft:

$$V_e = A - V_b$$

übrig, die wir ebenfalls ohneweiters rechnen können und die eine Schubspannung:

$$\left[\frac{V_e}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}\right]^{\mathrm{kg/cm^2}}$$

erzeugt, welche von den Eisenbügeln aufzunehmen ist.

Da die Größe der gesamten Vertikalkraft V vom Auflager gegen die Trägermitte zu immer mehr abnimmt, muß auch das V_e vom Auflager zur Trägermitte hin abnehmen und im selben Maße, wie dieses kleiner wird, wird der Abstand der einzelnen Bügellagen voneinander größer werden können.

Es sei mit f der gesamte, horizontale Querschnitt einer Bügellage in cm² bezeichnet, das ist somit für die in Abb. 36 und 37 gezeichneten zwei Rippen-Querschnitte: 2mal, bezw. 6mal dem Querschnitte des verwendeten Flacheisen in cm², und da laut amtlicher Vorschrift das Eisen mit 600^{kg} Schub auf den cm² beansprucht werden darf, kann eine Bügellage die Schubkraft $(600 \cdot f)^{\mathrm{kg}}$ aufnehmen.

Meistens wird der Querschnitt f einer Bügellage willkürlich gewählt und daraus die notwendige Zahl $\mathfrak{z}$ der Bügellagen für eine ganze Trägerhälfte gerechnet. Man nimmt hiebei an, daß der Vertikalkrafts-Teil V_e, der am Auflager die Größe $(A - V_b)$ besitzt, in der Trägermitte gleich Null wird und sich dazwischen nach einer Geraden ändert (Abb. 39). Die gesamte Vertikalkraft V_e, die in einer

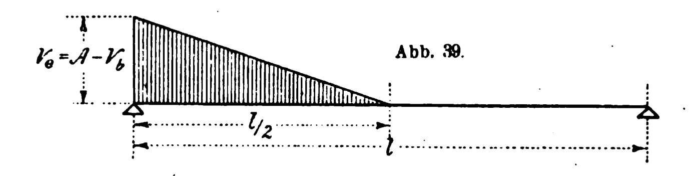


Abb. 39.

Trägerhälfte auf die Eisenbügel einwirkt, wird demnach dargestellt durch ein dreiseitiges Prisma, dessen Basis das in Abb. 39 gezeichnete Dreieck vom Flächeninhalte $\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot V_e$, und dessen Höhe die Rippenbreite b' ist, dessen Volumen $\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot V_e \cdot b'$ somit die gesamte Vertikalkraft einer Trägerhälfte darstellt. Dieselbe erzeugt eine gesamte Schubkraft von:

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot V_e \cdot b'}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} = \frac{V_e \cdot l}{4\,(h - \frac{x}{3})},$$

der gleich sein muß $\mathfrak{z}$-mal die zulässige Schubbeanspruchung einer Eisenbügel-Lage:

$$\mathfrak{z} \cdot 600\, f = \frac{V_e \cdot l}{4\,(h - \frac{x}{3})}$$

und daraus die erforderliche Zahl der Bügellagen:

$$\mathfrak{z} = \frac{V_e \cdot l}{2400\, f \cdot (h - \frac{x}{3})},$$

welcher Wert natürlich auf Ganze aufzurunden ist.

Das hiefür nötige V_e rechnet sich aus: $V_e = A - V_b$ und $V_b = T_b \cdot b' \cdot (h - \frac{x}{3})$, daher: $V_e = A - T_b \cdot b'\,(h - \frac{x}{3})$, oder für T_b die vorgeschriebenen Zahlenwerte eingeführt:

I. Mischungsverhältnis 1 : 3
II. „ 1 : 4 $\Big\}\ldots T_b = 4{,}5^{\mathrm{kg/cm^2}} \ldots\ V_e = A - 4{,}5\, b' \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)$

III. „ 1 : 5 $\ldots T_b = 3{,}5^{\mathrm{kg/cm^2}} \ldots\ V_e = A - 3{,}5\, b' \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)$

Diese Ausdrücke oben eingesetzt, ergeben für die

erforderliche Zahl der Bügellagen in einer Trägerhälfte:

I. Mischungsverhältnis 1 : 3
II. „ 1 : 4 $\Big\}\ldots\ \mathfrak{z} = l \cdot \dfrac{A - 4{,}5\, b' \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}{2400\, f\, \left(h - \frac{x}{3}\right)}$

III. „ 1 : 5 $\ldots\ \mathfrak{z} = l \cdot \dfrac{A - 3{,}5\, b' \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}{2400\, f \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$

Mit dieser Art der Bügelberechnung wird eine bedeutende Sicherheit erzielt.

Die Verteilung der $\mathfrak{z}$ Bügellagen auf die halbe Stützweite $\frac{l}{2}$ geschieht durch folgende einfache Konstruktion: Man teilt die halbe Stützweite $\overline{AM} = \frac{l}{2}$ (Abb. 40) in soviele gleiche Teile, als dort Bügel angeordnet werden sollen; z. B. $\mathfrak{z} = 10$, zeichnet über $\overline{AM} = \frac{l}{2}$ einen Halbkreis und zieht in den einzelnen Teilungspunkten 2, 3, 4 u. s. w. Senkrechte bis zum Kreise, der in 2', 3', 4' u. s. w. getroffen wird. Hierauf setzt man mit dem Zirkel in der Trägermitte M ein und zeichnet von 2', 3', 4' u. s. w. aus je einen Kreisbogen (in Abb. 40 gestrichelt), welcher die Gerade $\overline{AM}$ in den Punkten 2", 3", 4" u. s. w. schneidet. Die Abstände dieser Punkte von einander werden halbiert, jener des letzten Punktes (hier 10") von M wird in drei gleiche Teile geteilt und die Senkrechten durch die so erhaltenen Teilungspunkte (1), (2), (3) u. s. w. geben die Stellen an, an welchen die Scherbügel anzuordnen sind; für die letzte Bügellage gegen die Trägermitte gilt der Punkt in $^2/_3$ Entfernung von M.

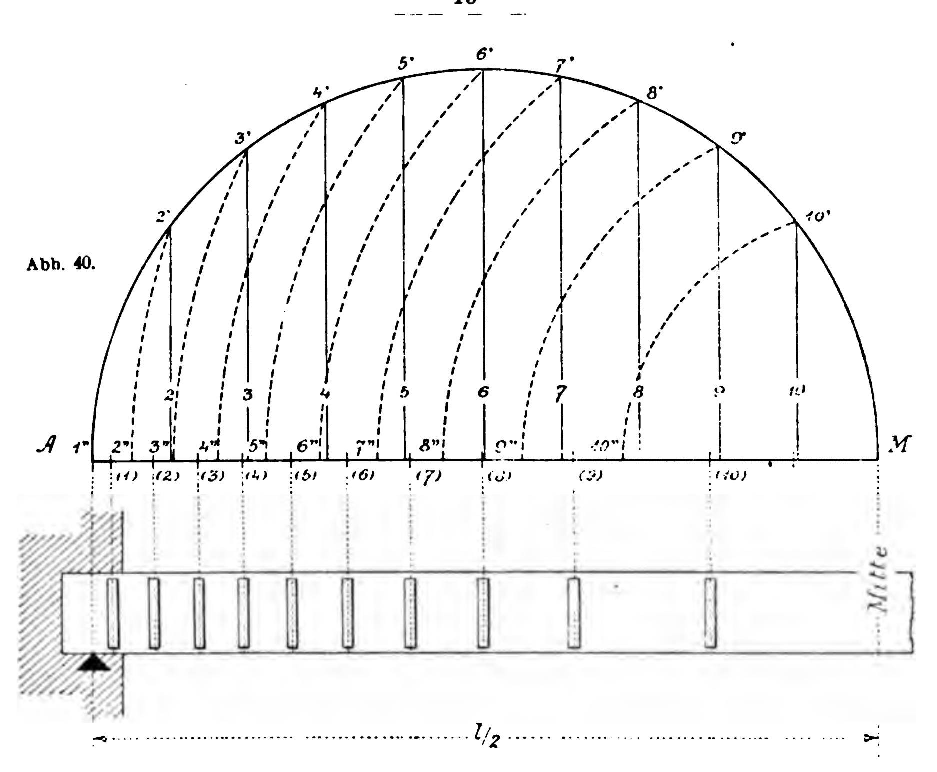
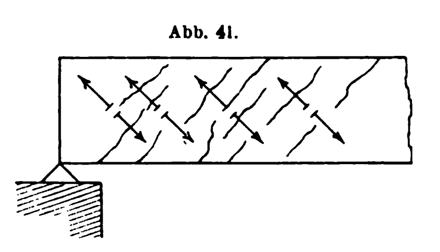


Abb. 40.

d) Die Berechnung der Stabaufbiegungen.

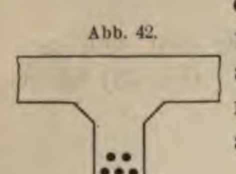
Das Einlegen solcher Eisenbügel allein ist im allgemeinen noch nicht ausreichend, denn es haben Bruchversuche mit Eisenbeton-Trägern, deren gleichmäßig verteilte Belastung solange vergrößert wurde, bis der Bruch der Decke eintrat, den Beweis dafür geliefert, daß im Eisenbeton-Träger auch schiefwirkende Kräfte vorhanden sein müssen, die unter 45° gegen die Mitte geneigt sind und daher Risse im Beton hervorrufen, die unter 45° gegen die Trägermitte ansteigen (Abb. 41). Diesen Kräften kann wirksam entgegengetreten werden durch Eisenstäbe, welche man in der Richtung der Kräfte einbringt und man verwendet hiezu am einfachsten gleich einige Tragstäbe der Eisenbeton-Rippe, welche von einer gewissen Stelle an unter 45° nach aufwärts gebogen und dann am oberen Rande der Rippe weitergeführt werden. Das Aufbiegen einiger Tragstäbe darf ohne Bedenken geschehen, denn die Eiseneinlagen wurden ja nach dem größten

Abb. 41.



Momente berechnet, während das Biegungsmoment gegen die Auflager hin ohnedies wesentlich abnimmt und daher hier auch weniger Tragstäbe dem kleineren Biegungsmomente genügen. Hat man nur eine Reihe von Eiseneinlagen in der Rippe (Abb. 35), so pflegt man jeden zweiten Stab aufzubiegen; liegen zwei Lagen von Eisenstäben übereinander im Zick-Zack (Abb. 42), so werden womöglich die unteren Stäbe zwischen den oberen nach aufwärts gebogen; liegen die Stäbe genau übereinander (Abb. 36 und 37), so führt man die oberen nach aufwärts. Auf jeden Fall ist die Zahl $\mathfrak{z}'$ der aufzubiegenden Stäbe eine bekannte.

Abb. 42.



Wir wissen, daß die horizontalen Schubkräfte durch die Vertikalkraft V hervorgerufen werden, welche ihren größten Wert am Auflager hat, wo sie gleich ist dem Auflagerdruck A, und gegen die Trägermitte bei gleichmäßig verteilter Belastung allmählich abnimmt, bis sie dort gleich Null wird. Ebenso steht es mit der durch sie bewirkten Schubspannung, auch diese ist am Auflager am größten, nämlich:

$$\frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}$$

und nimmt nach einer Geraden bis zur Trägermitte ab, wo sie gleich Null ist. Von dieser ganzen Schubspannung kann der Beton selbst einen gewissen Teil aufnehmen, nämlich: $T_b = 4{,}5^{\mathrm{kg/cm^2}}$, bezw. $3{,}5^{\mathrm{kg/cm^2}}$, je nach dem Mischungsverhältnisse. In der Nähe der Trägermitte wird offenbar der Schubwiderstand des Betons größer sein, als die vorhandene Schubspannung, während umgekehrt in der Nähe der Auflager die Schubspannung größer sein wird als die zulässige Schubbeanspruchung des Betons. Aus Abb. 43 ist dies deutlich zu ersehen:

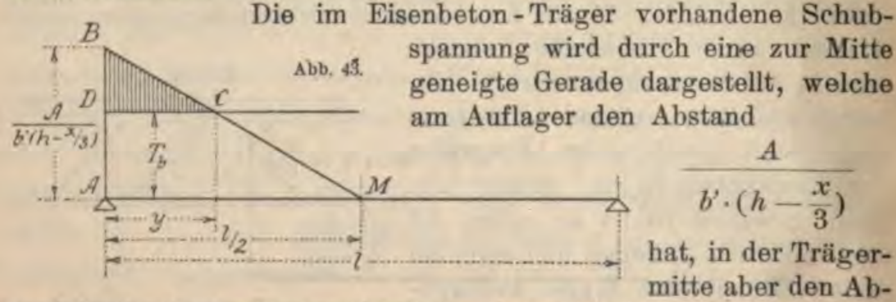


Abb. 43.

Die im Eisenbeton-Träger vorhandene Schubspannung wird durch eine zur Mitte geneigte Gerade dargestellt, welche am Auflager den Abstand

$$\frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}$$

hat, in der Trägermitte aber den Abstand Null. Der zulässige Schub im Beton ist durchwegs gleich T_b und wird daher durch eine parallele Gerade im Abstande T_b ver-

anschaulicht. An einer bestimmten Stelle C, die vom Auflager um y^{cm} entfernt liegt und durch den Schnittpunkt der beiden Schubspannungslinien bestimmt ist, wird die vorhandene Schubspannung gerade der zulässigen Schub-Inanspruchnahme des Betons gleich sein, noch weiter gegen das Auflager zu ist sie aber bereits größer und man wird daher von dieser Stelle C an mit dem Aufbiegen der Eiseneinlagen beginnen müssen.

Die Entfernung y des Punktes C vom Auflager läßt sich aus den beiden ähnlichen Dreiecken: ABM und DBC (Abb. 43) leicht rechnen, denn es ist:

$$\overline{DC} : \overline{AM} = \overline{DB} : \overline{AB}$$

nun ist aber weiters:

$$\left.\begin{aligned} \overline{DC} &= y \\ \overline{AM} &= \frac{l}{2} \\ \overline{DB} &= \frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} - T_b \quad \text{und} \\ \overline{AB} &= \frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} \end{aligned}\right\} \quad \text{daher:}$$

$$y : \frac{l}{2} = \left[\frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} - T_b \right] : \frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} \quad \text{und daraus:}$$

$$y = \frac{l}{2} \cdot \frac{\frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})} - T_b}{\frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}} = \frac{l}{2} \cdot \frac{A - T_b \cdot b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{A} \quad \text{oder:}$$

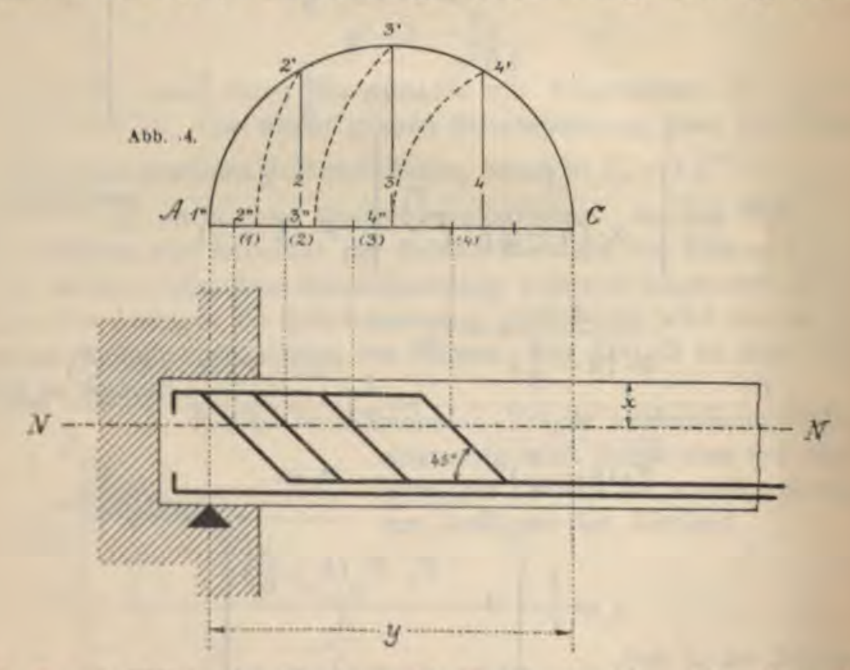
$$y = \frac{l}{2} \cdot \left[1 - \frac{T_b \cdot b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{A} \right]$$

Für T_b die dem Mischungsverhältnisse des Betons entsprechenden Werte $4{,}5^{\text{kg/cm}^2}$, bezw. $3{,}5^{\text{kg/cm}^2}$ eingeführt, erhält man:

I. **Mischungsverhältnis** 1:3
II. „ 1:4 } ......$y = \frac{l}{2} \cdot \left[1 - \frac{4{,}5\ b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{A} \right]$

III. „ 1:5 ......$y = \frac{l}{2} \cdot \left[1 - \frac{3{,}5\ b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{A} \right]$

An der so gerechneten Stelle werden aber nicht sämtliche $\mathfrak{z}'$ Stäbe auf einmal aufgebogen, sondern man verteilt das Aufbiegen der Stäbe auf die Länge y und hat hiefür eine ganz ähnliche Konstruktion wie für die Bestimmung der Lage der Scherbügel. Man teilt die Strecke $\overline{AC} = y$ (Abb. 44) in soviele gleiche Teile, als Tragstäbe aufgebogen werden sollen; z. B. $\mathfrak{z}' = 4$, zeichnet über $\overline{AC} = y$ einen Halbkreis und zieht in den einzelnen Teilungspunkten 2, 3, 4 Senkrechte bis zum Kreise, der in 2', 3', 4' getroffen wird. Hierauf setzt man mit dem Zirkel in C ein und beschreibt von 2', 3', 4' aus Kreisbögen (in Abb. 44 gestrichelt), welche



die Gerade $\overline{AC}$ in den Punkten 2", 3", 4" schneiden. Die Abstände dieser Punkte von einander werden halbiert, jener des letzten *Punktes (hier 4")* von C wird in drei gleiche Teile geteilt und die

nkrechten durch die so erhaltenen Teilungspunkte (1), (2), (3), (4) hneiden die Null-Linie, d. i. die Plattenunterkante, in jenen nkten, durch welche die unter 45° aufgebogenen Stäbe hindurchhen müssen. Für den zunächst der Trägermitte aufzubiegenden ab gilt der Punkt in $^2/_3$ Entfernung von *C*.

Um eine gute Übersicht zu erlangen, sind auch die auf die rechnung der Schub- und Haftspannungen bezüglichen Formeln chstehend in einer Tabelle zusammengefaßt.

f) Zahlenbeispiel für die Berechnung der Schub- und Haftspannungen.

Die Schub- und Haftspannungen sowie die Scherbügel und Stabaufbiegungen sollen bei der vorhin behandelten Rippendecke von $l = 10{,}40^{m}$ rechnungsmäßiger Stützweite und $250^{kg/m^2}$ Nutzlast gerechnet werden. Betonmischung 1 : 4.

$$t_b = \frac{A}{F_b + 15\, F_e}$$

Gesamtquerschnittsfläche (auf $b = 100^{cm}$ Deckenbreite):

$$\left.\begin{array}{l} 53^{cm} \times 20^{cm} = 1060^{cm^2} \\ 19^{cm} \times 80^{cm} = 1520^{cm^2} \end{array}\right\} 2580^{cm^2}$$

abzügl. Eisenquerschnitt (auf $b = 100^{cm}$ Breite): $\underline{F_e} = 36{,}16^{cm^2}$

daher Betonquerschnitt (auf $b = 100^{cm}$ Breite): $\underline{F_b} = 2543{,}84^{cm^2}$

aufgerundet: $= \underline{2544^{cm^2}}$

Auflagerdruck: $\underline{A} = \frac{Q}{2} = \frac{10704^{kg}}{2} = \underline{5352^{kg}}$

größter Schub im Beton senkrecht zur Trägerachse:

$$\underline{t_b} = \frac{5352}{2544 + 15 \times 36{,}16} = \frac{5352}{3086{,}4} = \underline{1{,}73^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $4{,}5^{kg/cm^2}$

$$t_e = \frac{A}{F_e + \frac{F_b}{15}}$$

größter Schub im Eisen senkrecht zur Trägerachse:

$$t_e = \frac{5352}{36{,}16 + \frac{2544}{15}} = \frac{5352}{205{,}76} = \underline{26^{kg/cm^2}}$$

gegen zulässige $600^{kg/cm^2}$

$$T_b = \frac{A}{b' \cdot (h - \frac{x}{3})}$$

$\underline{b' = 20^{cm}}$; $\underline{h - \frac{x}{3}} = 49{,}1 - 6{,}1 = \underline{43^{cm}}$

größter Schub im Beton parallel zur Trägerachse:

$$\underline{T_b} = \frac{5352}{20 \times 43} = \frac{5352}{860} = \underline{6{,}22^{kg/cm^2}}$$

ist gegen zulässige $4{,}5^{kg/cm^2}$ zu groß, weshalb Scherbügel und Stabaufbiegungen angeordnet werden müssen.

$$T_e = \frac{A}{U \cdot (h - \frac{x}{3})}$$

Der Umfang von 8 Rundeisenstäben Φ 24^{mm} beträgt:

$$\underline{U} = 8 \times 7{,}54^{cm} = \underline{60{,}32^{cm}}$$

größte Haftspannung: $\underline{T_e} = \frac{5352}{60{,}32 \times 43} = \frac{5352}{2593{,}76} = \underline{2{,}06^{kg/cm^2}}$

gegen zulässige $5{,}5^{kg/cm^2}$

Berechnung der Scherbügel:

Wir legen um sämtliche Tragstäbe einen Bügel (wie in Abb. 36) aus Flacheisen $0{,}2^{cm} \times 4^{cm}$; es ist daher:

$$\underline{f} = 2 \times 0{,}2^{cm} \times 4^{cm} = \underline{1{,}6^{cm^2}}$$

erforderliche Bügelanzahl in einer Trägerhälfte:

$$\underline{\mathfrak{z}} = l \cdot \frac{A - 4{,}5\, b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{2400 f \cdot (h - \frac{x}{3})} = 1040 \times \frac{5352 - 4{,}5 \times 20 \times 43}{2400 \times 1{,}6 \times 43} = \frac{154128}{16512} = 9{,}3$$

$$(\text{aufgerundet}) = \underline{10}$$

Die Verteilung dieser zehn Bügel in jeder Trägerhälfte erfolgt wie in Abb. 40 gezeigt. Hätte man um jedes Stäbepaar einen eigenen Bügel gelegt (wie in Abb. 37), so wäre $f = 8 \times 0{,}2^{cm} \times 4^{cm} = 6{,}4^{cm^2}$ und man bekäme eine bedeutend kleinere Bügelanzahl $\mathfrak{z}$.

Berechnung der Stabaufbiegungen:

$$y = \frac{l}{2} \cdot \left[1 - \frac{4{,}5\, b' \cdot (h - \frac{x}{3})}{A}\right] = \frac{1040}{2} \times \left[1 - \frac{4{,}5 \times 20 \times 43}{5352}\right] = \frac{1040}{2} \times \left[1 - 0{,}723\right]$$

$$\underline{y} = 520 \times 0{,}277 = \underline{144^{cm}}$$

Innerhalb einer Strecke von 144^{cm} von jedem Auflager entfernt werden also die Stabaufbiegungen vorzunehmen sein und zwar wird man hier die vier oberen Stäbe aufbiegen. Die Stellen, an welchen die Aufbiegungen erfolgen, werden mittels der in Abb. 44 dargestellten Konstruktion gefunden.

F. Die Säulen (Stützen) mit zentrischer Belastung.

a) Allgemeines, Dimensionieren und Kontrollrechnung.

Wir denken uns zunächst eine Säule lediglich aus Beton (ohne Eiseneinlagen), mit quadratischem Querschnitt von der Fläche F^{cm^2} (Abb. 45). Auf dieselbe wirkt eine zentrische Last von P^{kg} und die Druckbeanspruchung im Beton ist daher pro cm^2:

Abb. 45.

$$s_b = \frac{P}{F}$$

Wenn die Länge der ganzen Säule im Vergleiche zum Querschnitt verhältnismäßig gering ist, so wird die Betonsäule einfach auf Druck zu berechnen sein und die ermittelte Druckspannung s_b darf eine gewisse Größe, die vom Mischungsverhältnisse des Betons abhängt, aber eine andere sein wird als die zulässige Druckbeanspruchung bei Decken, nicht überschreiten. Nun denke man sich die Länge der belasteten Stütze zunehmen, während der Querschnitt derselbe bleibe. Von einem bestimmten Verhältnisse der freien Säulenlänge zum Querschnitte angefangen, wird jetzt nicht mehr die Gefahr des Zerdrückens die größere sein, sondern jene, daß die Säule nach einer Seite ausknickt und dadurch zerstört wird. Von da an darf nicht mehr auf einfachen Druck, sondern es muß auf Knickung gerechnet werden, das heißt, die zulässige Spannung auf den cm^2, die wir jetzt mit s_{bk} (Betonspannung auf Knickung) bezeichnen wollen, wird nur mehr bedeutend geringer sein dürfen, als das frühere s_b.

Abb. 46.

Nunmehr soll der Säulen-Querschnitt durch vier Rundeisenstäbe, wie in Abb. 46 gezeigt, verstärkt sein, deren Querschnittsfläche zusammen $F_e^{cm^2}$ betrage, während der restliche Betonquerschnitt $F_b^{cm^2}$ sei. Wir haben bereits seinerzeit

gehört, daß man die Dehnung d eines belasteten Körpers erhält, wenn man die Spannung s durch den Elastizitäts-Modul E dividiert.

$$d = \frac{s}{E}$$

Dies gilt sowohl für den Beton als auch für das Eisen, es ist daher:

Dehnung im Beton: $d_b = \frac{s_b}{E_{bd}}$

„ „ Eisen: $d_e = \frac{s_e}{E_e}$

Diese beiden Dehnungen müssen aber einander genau gleich sein, denn infolge der Haftfestigkeit der Eisenstäbe im Beton muß das Eisen und der Beton ganz dieselben Dehnungen machen und es kann sich nicht eines unabhängig vom anderen zusammendrücken:

$$d_b = d_e$$ oder:

$$\frac{s_b}{E_{bd}} = \frac{s_e}{E_e}$$ und daraus:

$$s_e = s_b \cdot \frac{E_e}{E_{bd}};$$

das Verhältnis $\frac{E_e}{E_{bd}} = n$ ist aber bekanntlich gleich 15 und demnach:

$$\underline{s_e = 15\ s_b}$$

das heißt, die Druckspannung im Eisen einer Eisenbeton-Stütze ist fünfzehnmal so groß wie jene im Beton.

Wir wollen uns jetzt die ganze Belastung P, welche auf der Säule ruht, in zwei Teile zerlegt vorstellen; der eine Teil P_b wird vom Beton aufgenommen: $P_b = F_b \cdot s_b$ und der andere Teil P_e vom Eisen: $P_e = F_e \cdot s_e$. Beide zusammen geben die Gesamtlast P:

$P = P_b + P_e = F_b \cdot s_b + F_e \cdot s_e$; setzt man für s_e das früher erhaltene 15 s_b ein, so wird:

$P = F_b \cdot s_b + F_e \cdot 15\ s_b = s_b \cdot (F_b + 15\ F_e)$ und man bekommt somit für die Druckspannung im Beton:

$$\underline{s_b = \frac{P}{F_b + 15 \cdot F_e}}$$

Je nach dem Verhältnisse der freien Säulenlänge zum Querschnitte wird auf Druck oder auf Knickung zu rechnen sein und die ermittelte Spannung $\frac{P}{F_b + 15\ F_e}$ darf das zulässige Maß für Druck, bezw. für Knickung nicht übersteigen.

Für die Abmessungen der Eiseneinlagen im Beton wollen wir nun ganz bestimmte Annahmen treffen (Abb. 47).

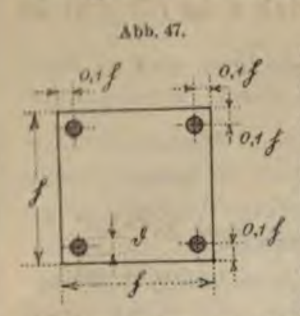


Abb. 47.

Der Querschnitt der Eisenbeton-Säule sei quadratisch, die Säulenstärke allgemein $\mathfrak{h}^{cm}$; (die kleinste Dimension, in welcher man solche Säulen auszuführen pflegt, ist $\mathfrak{h} = 18^{cm}$). An den vier Ecken des Quadrates wird je eine Eiseneinlage aus Rundeisen derart eingebettet, daß der Schwerpunkt jedes Rundeisenstabes von den Säulenrändern um das Maß $0{,}1\,\mathfrak{h}^{cm}$ entfernt ist, ferner soll die Summe der Querschnittsflächen aller vier Eisenstäbe zusammen 1 % der Beton-Querschnittsfläche ausmachen, also:

$$F_e = 0{,}01\ F_b.$$

Jedenfalls muß aber auch jetzt die Dicke der Betonschichte, welche die Eiseneinlagen deckt, d. i. die Dicke des Betons vom Rande der Eiseneinlage bis zur Außenfläche der Säule mindestens 1^{cm} betragen. Bei dem hier angenommenen Säulen-Querschnitt trifft dies für sämtliche Säulenstärken herab bis $\mathfrak{h} = 18^{cm}$ ohnehin zu, unter welchen Wert für die üblichen Ausführungen gewöhnlich nicht gegangen wird.

Setzen wir die Beton-Querschnittsfläche F_b (unter Vernachlässigung der verhältnismäßig kleinen Fläche der Eiseneinlagen) gleich $\mathfrak{h}^2$, so läßt sich der Durchmesser δ des Rundeisens leicht durch $\mathfrak{h}$ ausdrücken:

Eisen-Querschnitt: $F_e = 4\,\dfrac{\pi \cdot \delta^2}{4} = 0{,}01\ \mathfrak{h}^2$, oder:

$$\underline{\delta^{cm}} = \sqrt{\frac{1}{100\ \pi}} \cdot \mathfrak{h} = \underline{0{,}056\ \mathfrak{h}^{cm}},$$

welche Zahl natürlich auf ganze mm aufzurunden ist.

Ebenso läßt sich auch die Flächensumme $F_b + 15\,F_e$ aus $\mathfrak{h}$ rechnen:

$F_b + 15\ F_e = \mathfrak{h}^2 + 15 \times 0{,}01\ \mathfrak{h}^2 = 1{,}15\ \mathfrak{h}^2$ und daraus die

Betondruckspannung: $\underline{s_b^{kg/cm^2}} = \dfrac{P}{F_b + 15\ F_e} = \dfrac{P}{1{,}15\ \mathfrak{h}^2} = \underline{0{,}87\ \dfrac{P}{\mathfrak{h}^2}}$

Bezeichnet man endlich mit L^{cm} die freie Länge der Säule, so haben wir nach der amtlichen Eisenbeton-Vorschrift folgende zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Fall:

Wenn $\frac{L^{cm}}{\mathfrak{h}^{cm}}$ kleiner oder höchstens gleich 6 ist $\left(\frac{L}{\mathfrak{h}} \leqq 6\right)$, ist die Eisenbeton-Säule auf reinen Druck zu berechnen und es darf:

$$s_b = 0{,}87 \frac{P^{kg}}{\mathfrak{h}^2}$$

nachstehende Werte nicht überschreiten:

I.	bei einem Mischungsverhältnisse des Betons	1 : 3	$s_b = 28^{kg/cm^2}$
II.	„ „ „ „ „	1 : 4	$s_b = 25^{kg/cm^2}$
III.	„ „ „ „ „	1 : 5	$s_b = 22^{kg/cm^2}$

Aus der obigen Formel kann für eine gegebene Belastung P^{kg} der Säule unmittelbar die Säulenstärke $\mathfrak{h}$ bestimmt werden:

$$\mathfrak{h}^{cm} = \sqrt{0{,}87 \frac{P}{s_b}} = 0{,}933 \sqrt{\frac{P}{s_b}},$$

wobei für s_b jener Wert eingeführt wird, der der angewendeten Betonmischung entspricht.

2. Fall:

Wenn $\frac{L^{cm}}{\mathfrak{h}^{cm}}$ größer ist als 6 $\left(\frac{L}{\mathfrak{h}} > 6\right)$, was meistens eintreten wird, dann ist auf Knickung zu rechnen und es darf die ermittelte Knickungsspannung:

$$s_{bk} = 0{,}87 \frac{P^{kg}}{\mathfrak{h}^2}$$

folgende Werte nicht übersteigen:

I.	Mischungsverhältnis	1 : 3	$s_{bk} = 28 \left(1{,}12 - 0{,}02 \frac{L}{\mathfrak{h}}\right)$
II.	„	1 : 4	$s_{bk} = 25 \left(1{,}12 - 0{,}02 \frac{L}{\mathfrak{h}}\right)$
III.	„	1 : 5	$s_{bk} = 22 \left(1{,}12 - 0{,}02 \frac{L}{\mathfrak{h}}\right)$

Die zulässige Spannung auf Knickung ist also kein fester Wert mehr wie bisher, sondern ist abhängig vom Verhältnisse der freien Knicklänge L zur Säulenstärke $\mathfrak{h}$ und wird umso kleiner, je größer L gegen $\mathfrak{h}$ ist. Die Säulenabmessung $\mathfrak{h}$ kann deshalb auch jetzt nicht mehr direkt berechnet werden, sondern man muß zunächst

für $\mathfrak{h}$ eine Annahme treffen, hierauf aus $\frac{L}{\mathfrak{h}}$ die zulässige Knickungs-Inanspruchnahme s_{bk} ermitteln und dann kontrollieren, ob die gewählte Säule die verlangte Tragfähigkeit besitzt; letzteres geschieht ebenfalls nach der Formel:

$$s_{bk} = 0{,}87 \frac{P}{\mathfrak{h}^2} = \frac{1}{1{,}15} \cdot \frac{P}{\mathfrak{h}^2},$$

die hiezu in der Form:

$$\underline{P^{\text{kg}} = 1{,}15\, s_{bk} \cdot \mathfrak{h}^2}$$

geschrieben werden kann.

Ist die Tragfähigkeit der Säule zu klein, so ist für $\mathfrak{h}$ ein größerer Wert zu wählen und die Rechnung neuerdings durchzuführen, im umgekehrten Falle ist $\mathfrak{h}$ zu verkleinern und für diese neue Annahme die Kontrolle zu wiederholen.

Irgendwelche Untersuchungen über die Spannung in den Eiseneinlagen sind bei der hier gewählten Art des Säulen-Querschnittes für die in der Praxis vorkommenden Verhältnisse nicht notwendig und können daher unterbleiben. Wohl aber müssen die Eiseneinlagen in gewissen Abständen miteinander durch Querverbände verbunden werden, die es verhindern sollen, daß die Rundeisenstäbe für sich allein ausknicken, die verhältnismäßig dünne Betonhülle nach außen durchbrechen und so eine Zerstörung der Säule verursachen. Die Entfernung, in welche diese Querverbindungen voneinander zu legen sind, darf höchstens gleich der Säulenstärke $\mathfrak{h}$ sein und zwar wechselt am besten immer eine Verbindung nach Abb. 48 und eine nach Abb. 49; empfehlenswert ist es aber, noch kleinere Abstände als $\mathfrak{h}$ zu wählen. Für die Querbügel werden meistens Rundeisenstäbe von etwa 6 bis 7^{mm} Durchmesser verwendet.

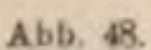
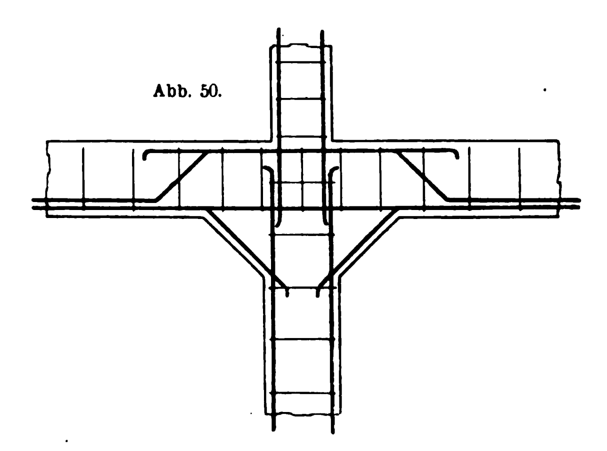

Abb. 48.



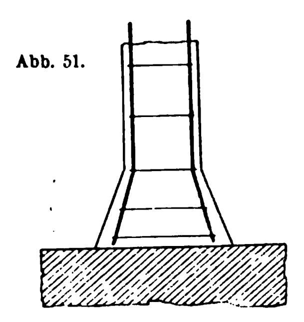
Abb. 49.

Besonderes Augenmerk ist auf den Anschluß zwischen der Eisenbeton-Säule einerseits und der Rippe (dem Balken) der Eisenbeton-Decke anderseits zu legen, die beide in einem ausgeführt, also ohne Unterbrechung in Beton eingestampft werden müssen. Während ein beiderseits frei aufliegender Träger sich durchwegs nach unten ausbiegt und nur an der Unterseite der Zug auftritt, wird bei einem durchlaufenden Träger über einer Säule gerade das Umgekehrte eintreten: Die Eisenbeton-Rippe biegt sich dort nach oben und die Zugspannungen treten daher an der Oberseite auf.

Um diese Verhältnisse zu berücksichtigen, verstärkt man den Eisenbeton-Balken an der Unterseite konsolartig mindestens um die halbe Balkenhöhe und führt einen Teil der unteren Eiseneinlagen durch diese Konsole bis in die Säule (Abb. 50). Außerdem muß


Abb. 50.

der durchlaufende Eisenbeton-Balken über der Stütze nunmehr an der Oberseite Eiseneinlagen erhalten, wie ebenfalls Abb. 50 andeutet.


Abb. 51.

Der Säulenfuß erhält am besten die Form eines Pyramidenstumpfes (Abb. 51).

b) Zahlenbeispiele für Eisenbeton-Säulen.

1. Welche Tragfähigkeit besitzt eine Eisenbeton-Säule von $40^{cm} \times 40^{cm}$ Stärke und $6{,}0^{m}$ Länge in Beton 1:3?

$$L = 600^{cm},\ \mathfrak{h} = 40^{cm},\ \frac{L}{\mathfrak{h}} = \frac{600}{40} = 15,$$

die Säule ist daher auf Knickung zu rechnen und es war die

Formel, nach welcher die zulässige Knickungsspannung zu ermitteln ist:

$$s_{bk} = 28\left(1{,}12 - 0{,}02\,\frac{L}{\mathfrak{h}}\right) = 28\,(1{,}12 - 0{,}02 \times 15) = 28 \times 0{,}82 = 22{,}96^{\text{kg/cm}^2}$$

Der Beton darf somit pro cm² mit $22{,}96^{\text{kg}}$ belastet werden und die früher aufgestellte Formel für die Tragfähigkeit einer Eisenbeton-Säule $P = 1{,}15\, s_{bk} \cdot \mathfrak{h}^2$ lautet demnach:

$$\underline{P} = 1{,}15 \times 22{,}96 \times \overline{40}^2 = \underline{42\,246^{\text{kg}}}$$

Die Tragfähigkeit der Säule ist also $42\,246^{\text{kg}}$. Die eingebetteten vier Rundeisenstäbe haben je einen Durchmesser von:

$$\underline{\delta^{\text{cm}}} = 0{,}056\,\mathfrak{h}^{\text{cm}} = 0{,}056 \times 40 = 2{,}24^{\text{cm}} = (\text{aufgerundet})\ \underline{23^{\text{mm}}}.$$

---

2. Eine Eisenbeton-Säule, Mischungsverhältnis 1 : 4, soll bei einer freien Länge von $5{,}20^{\text{m}}$ mit 9000^{kg} belastet werden. Die Säulenstärke ist zu bestimmen.

Wenn man wollte, daß die Säule nur auf reinen Druck zu rechnen ist, müßte $\frac{L}{\mathfrak{h}} = 6$ oder noch kleiner sein, das heißt, man müßte $\mathfrak{h} = \frac{L}{6} = \frac{520}{6} = 87^{\text{cm}}$ wählen. Da wir schon aus praktischen Gründen eine derart starke Säule nicht herstellen werden, wird die Rechnung auf Knickung durchzuführen sein und wir müssen daher, um die zulässige Knickungsspannung ermitteln zu können, für $\mathfrak{h}$ vorläufig eine Annahme machen. Wir wählen:

$$\mathfrak{h} = 20^{\text{cm}},\quad \frac{L}{\mathfrak{h}} = \frac{520}{20} = 26,$$

daher die zulässige Beanspruchung des Betons auf Knickung:

$$s_{bk} = 25\left(1{,}12 - 0{,}02\,\frac{L}{\mathfrak{h}}\right) = 25\,(1{,}12 - 0{,}02 \times 26) = 25 \times 0{,}6 = 15^{\text{kg/cm}^2}$$

Die Tragfähigkeit dieser Säule rechnet sich ähnlich wie im ersten Beispiele nach der Formel $P = 1{,}15\, s_{bk} \cdot \mathfrak{h}^2$ mit:

$$P = 1{,}15 \times 15 \times \overline{20}^2 = 6900^{\text{kg}}.$$

Die Säule ist daher zu schwach, weshalb mit einem größeren *Werte für $\mathfrak{h}$ die Rechnung* nochmals zu versuchen ist.